

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

**Влияние разреженной связи на эффекты синхронизации
в двуслойной сети нелокально связанных логистических отображений**

АВТОРЕФЕРАТ МАГИСТЕРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 2 курса 2232 группы
направления 03.04.03 Радиофизика
Института физики
Богатенко Татьяны Романовны

Научный руководитель,
зав. кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики,

д. ф.-м. н., доцент

Г. И. Стрелкова

Зав. кафедрой, д. ф.-м. н., доцент

Г. И. Стрелкова

Введение

Принципы самоорганизации систем в современном понимании были впервые сформулированы в середине XX века, хотя идеи о том, что в ходе эволюции систем может возрасти их организация, появились еще в Древней Греции. Вопросы взаимодействия сложных систем не теряют своей актуальности и по сей день, поскольку такие процессы наблюдаются в физике, химии, биологии, антропологии и социологии. Обнаружение и описание процессов самоорганизации и образования различных структур в больших ансамблях в рамках таких дисциплин, как информатика, робототехника и кибернетика, подчеркивают фундаментальность данных процессов и значимость их изучения в современности.

Одним из самых примечательных явлений при взаимодействии сложных ансамблей является синхронизация. Синхронизация различных компонент сложных систем различной природы играет важную роль в определении их стабильного функционирования. Однако синхронизация может играть не только положительную роль в организации сложных структур, в частности, в информатике или в процессах запоминания и обучения, но и, к примеру, иметь патологические проявления в виде тремора при болезни Паркинсона, эпилепсии, а также некоторых расстройств высшей мозговой функции.

Интерес к настоящей теме возрос в последние годы в связи с описанием особых пространственно-временных структур, названных химерными. В настоящем контексте важным и перспективным представляется исследование эффектов вынужденной и взаимной синхронизации таких структур при взаимодействии двух и более ансамблей связанных нелинейных осцилляторов. Так, впервые были установлены и описаны эффекты обобщенной синхронизации химер в ансамблях фазовых осцилляторов. Были также описаны явления вынужденной и взаимной, удаленной, взрывной и кластерной синхронизации.

Однако в большинстве работ при исследовании всех этих явлений рассматривалось взаимодействие идентичных ансамблей, поэтому не вполне корректно полагать, что реальные системы будут демонстрировать аналогичное

поведение. В связи с этим большой интерес представляет рассмотрение взаимодействия неидентичных ансамблей, а кроме того систем с нарушенной связью между элементами, поскольку такая модель послужит наиболее приближенной к реальности иллюстрацией.

Таким образом, **целью** данной выпускной квалификационной работы является исследование влияния разреженной межслойной и внутрислойной связи на явления вынужденной и взаимной синхронизации пространственно-временных структур, включая химерные, в сети нелокально связанных логистических отображений.

Для достижения установленной цели были поставлены следующие **задачи**:

1. Исследовать влияние регулярно и случайно распределенных дефектов межслойной связи на возможность установления эффектов вынужденной и взаимной синхронизации сложных структур в двухслойной сети нелокально связанных идентичных логистических отображений.

2. Исследовать пространственно-временную динамику двухслойной сети нелокально связанных логистических отображений и эффекты синхронизации химерных структур в условиях кластерной межслойной связи.

3. Провести численное моделирование пространственно-временной динамики кольца нелокально связанных логистических отображений при наличии разреженной внутрислойной связи со случайным распределением.

Для выполнения задач использовались комплексы программ на языке C++, с помощью которых осуществлялись численное моделирование исследуемой системы, расчет характеристик, отражающих степень синхронизации структур, и графиков их зависимости, а также построение мгновенных и пространственно-временных профилей динамики ансамблей.

Раздел 1 «Литературный обзор: Разреженная связь в двуслойной сети осцилляторов Рёсслера» содержит обобщённые сведения о возможности синхронизации двуслойных систем осцилляторов Рёсслера в условиях разреженной межслойной связи. Приводятся уравнения моделей исследуемых систем и кратко изложены полученные результаты.

В разделе 2 «Исследуемая модель и характеристики эффекта синхронизации» подробным образом описывается исследуемая двуслойная система нелокально связанных логистических отображений, а также назначения и величины её параметров. Кроме того, описаны статистические показатели, применяемые для оценки эффекта синхронизации реализуемых в системе пространственно-временных структур.

Раздел 3 «Влияние дефектов межслойной связи на явление синхронизации» начинается с описания алгоритма реализации разреженной межслойной связи в исследуемой системе. В подразделе 3.1 «Случайно распределенные дефекты» описывается поведение системы и возможности синхронизации в ней при 25% и 50% случайно распределенных дефектах межслойной связи при одно- и двунаправленном взаимодействии. В подразделе 3.2 «Равномерно распределенные дефекты» приводятся результаты аналогичного исследования для равномерно распределенных дефектов межслойной связи. Подраздел 3.3 «Кластерная связь» посвящен результатам исследования эффекта синхронизации в системе в условиях рассматриваемой впервые кластерной связи, при которой ансамбли системы оказываются связаны только через конечные группы осцилляторов, демонстрирующих определенный тип динамики. В каждом подразделе приводятся характерные пространственно-временные профили, а также зависимости статистических показателей от параметров системы. В подразделе 3.4 «Анализ влияния силы связи» проведен более подробный анализ влияния параметров связи на явление синхронизации в системе в условиях разреженной межслойной связи.

Раздел 4 «Динамика ансамбля в условиях разреженной внутрислойной связи» посвящен результатам изучения динамики одного из слоёв системы в условиях разреженной внутрислойной связи. Исследовано также влияние силы внутрислойной связи на характер и сложность демонстрируемых ансамблем структур.

Основное содержание работы

Предметом изучения данной работы является модель двуслойной системы идентичных ансамблей нелокально связанных осцилляторов, которая задается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}x_i^{t+1} &= f_i^t(x_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f_j^t(x_j^t) - f_i^t(x_i^t)] + \gamma_{21}(i)F_i^t, \\y_i^{t+1} &= f_i^t(y_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f_j^t(y_j^t) - f_i^t(y_i^t)] + \gamma_{12}(i)G_i^t,\end{aligned}\tag{1}$$

где x , y – динамические переменные осцилляторов взаимодействующих ансамблей, i – номер элемента, $i = 1, \dots, N = 1000$ – общее число элементов в каждом ансамбле, t – дискретное время. Динамика хаотических осцилляторов задается логистическим отображением вида: $f(x) = \alpha x(1 - x)$, где $\alpha = 3.8$ – управляющий параметр. Нелокальная связь между элементами в каждом ансамбле определяется коэффициентом связи $\sigma = 0.32$ и радиусом связи $P = 320$, который определяет количество соседей i -го осциллятора с каждой стороны в первом (x) и втором (y) ансамблях.

Связь между ансамблями является локальной, симметричной и диссипативной и определяется функциями: $F_i^t = f_i^t(y_i^t) - f_i^t(x_i^t)$, $G_i^t = f_i^t(x_i^t) - f_i^t(y_i^t)$. При исследовании одностороннего взаимодействия первый ансамбль (x) является управляющим, а второй (y) – управляемым. Так, в этом случае $\gamma_{21}(i) = 0$, а $\gamma_{12}(i) = \gamma(i) > 0$ для выбранных элементов связи. В случае двустороннего взаимодействия, рассматривается симметричная связь, поэтому $\gamma_{21}(i) = \gamma_{12}(i) = \gamma(i) > 0$ для выбранных элементов связи.

На более ранних этапах исследования было установлено, что в изучаемой системе при данных параметрах в отсутствии дефектов связи можно наблюдать явления полной внешней и взаимной синхронизации амплитудных и фазовых химерных состояний.

Оценка степени синхронизации структур проводится при помощи двух статистических показателей: среднего значения девиации по времени (2) и среднего значения девиации ансамблю (3):

$$\delta_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_i(k) - x_i(k))^2}, \quad (2)$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_i(k) - x_i(k))^2}, \quad (3)$$

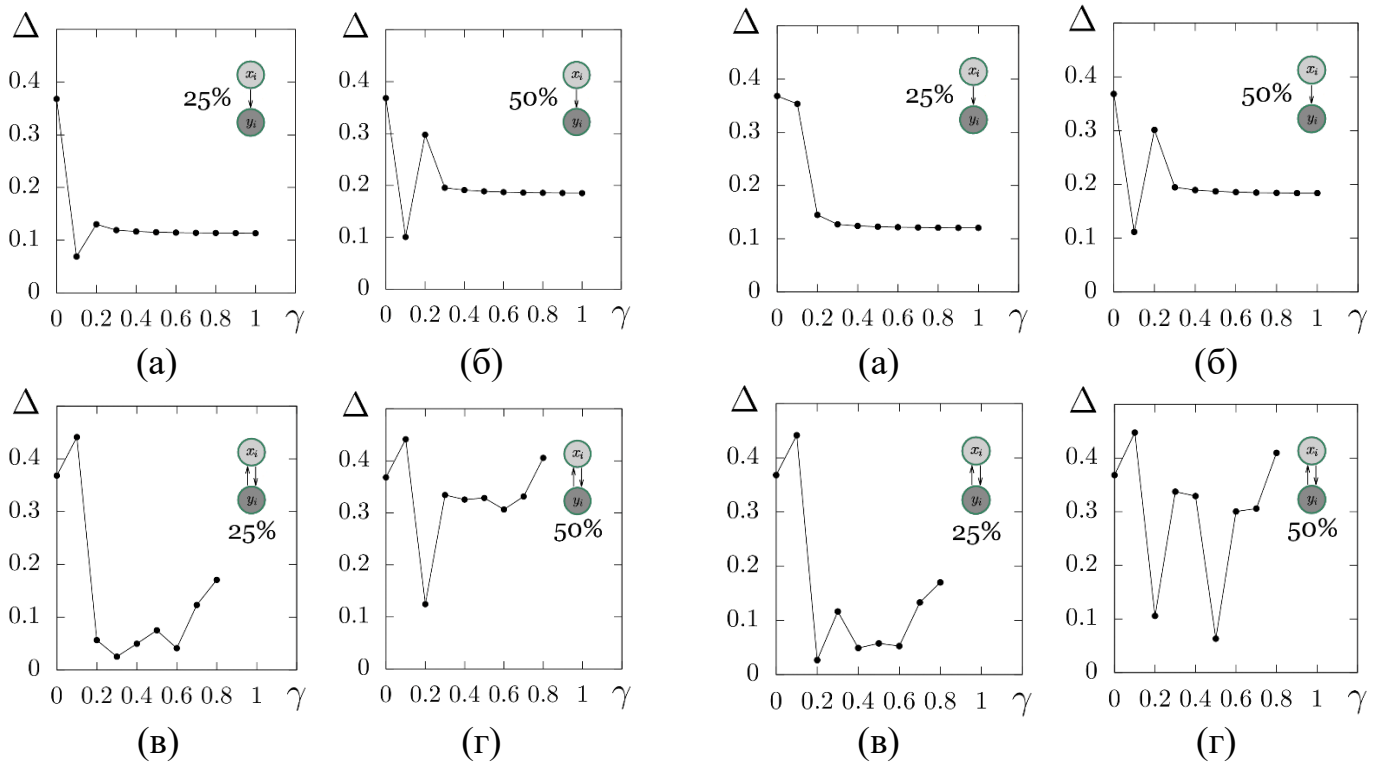


Рисунок 1 – Зависимости значения девиации по ансамблю от коэффициента межслойной связи при случайно распределенных дефектах межслойной связи.

Рисунок 2 – Зависимости значения девиации по ансамблю от коэффициента межслойной связи при равномерно распределенных дефектах межслойной связи.

На первом этапе исследования рассмотрели влияние нескольких моделей разреженной межслойной связи на эффекты синхронизации в системе, в их числе случайно и равномерно распределенные дефекты межслойной связи, а также кластерная связь. Численный эксперимент показал, что случайно (рис. 1) и равномерно (рис. 2) распределенные дефекты межслойной связи оказывают качественно схожее влияние на поведение системы и эффекты синхронизации в ней. Из зависимостей значения девиации по ансамблю видно, что при данных типах разреженной межслойной связи нельзя добиться полной синхронизации структур в ансамблях, однако существуют значения силы межслойной связи, при которых можно наблюдать эффективную синхронизацию с заданной точностью, например, для случайно распределенных дефектов (рис. 1, а) минимум среднеквадратичного отклонения составляет $\Delta = 0.08$ при $\gamma = 0.1$. Стоит отметить, что с ростом количества дефектов в системе растет величина девиации по ансамблю и ухудшается степень синхронности структур.

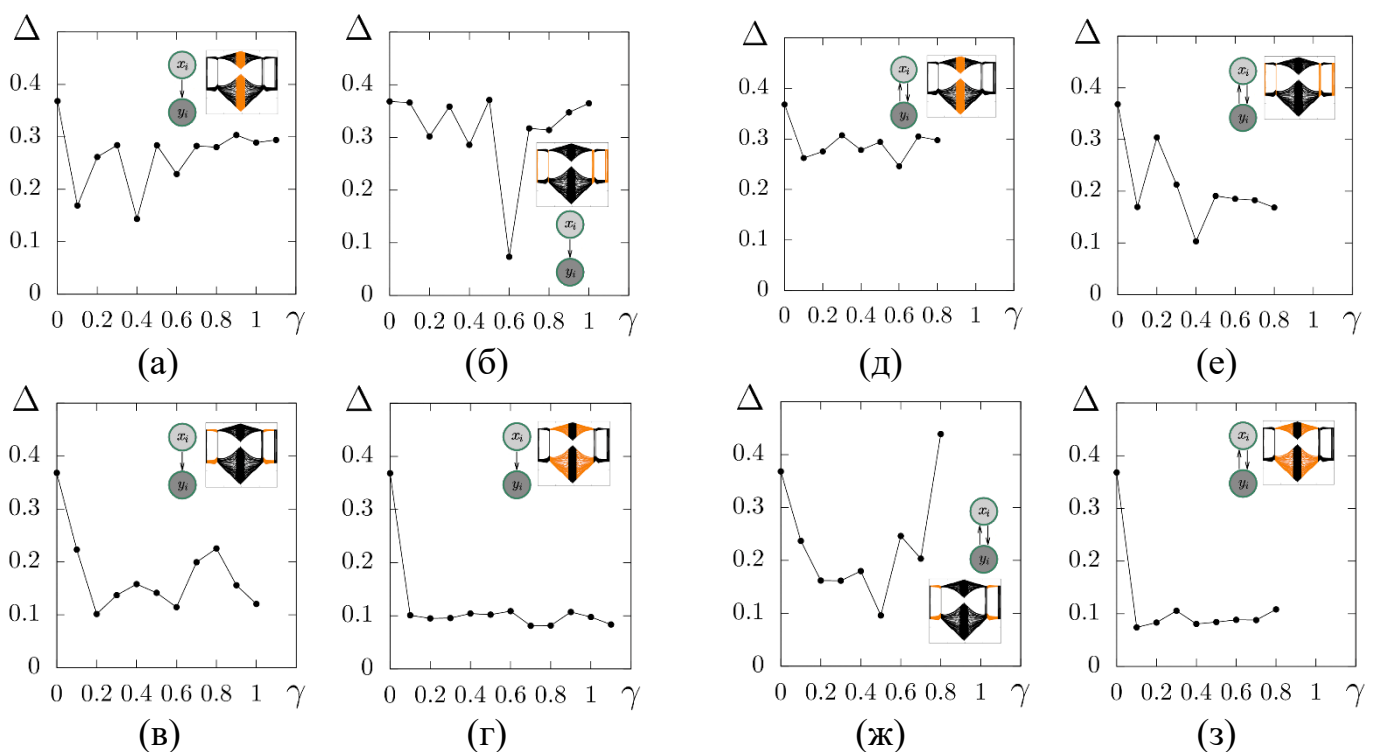


Рисунок 3 – Зависимости значения девиации по ансамблю от коэффициента межслойной связи при кластерной связи для одностороннего (а–г) и двустороннего (д–з) взаимодействия.

В случае кластерной связи удалялись связи между всеми осцилляторами кроме тех, которые принадлежат кластерам, демонстрирующим интересный тип динамики: кластеры амплитудных и фазовых химерных состояний, а также когерентные и некогерентные кластеры (рис. 3). Самым примечательным случаем является связь через некогерентные кластеры (рис. 3, г, з), так как здесь наблюдаются минимальные по сравнению с другими моделями кластерной связи значения девиации по ансамблю ($\Delta = 0.08$). Кроме того, связь через некогерентные кластеры наиболее стабильна в смысле постоянства значений девиации по ансамблю при изменении значений силы межслойной связи.

Далее проанализировали влияние сил межслойной и внутрислойной связи на динамику системы в условиях разреженной межслойной связи, и построили соответствующие зависимости среднеквадратичного отклонения Δ от количества присутствующих межслойных связей при различных значениях силы межслойной и внутрислойной связи. Выяснили, что для одностороннего взаимодействия наблюдается тенденция роста Δ с уменьшением количества межслойных связей. Для некоторых значений внутрислойной связи σ на графиках существуют локальные минимумы, в которых наблюдается явление эффективной синхронизации с заданной точностью. Для двустороннего взаимодействия значения среднеквадратичного отклонения остаются высокими, и явления эффективной синхронизации можно добиться для низкой степени разреженности связи (5–30% отсутствующих связей). Однако даже для большого количества отсутствующих связей (больше 50%) на графиках по-прежнему наблюдаются локальные минимумы, в которых можно наблюдать явление эффективной синхронизации. Наличие таких локальных минимумов можно объяснить связью двух ансамблей через характерные кластеры осцилляторов.

На последнем этапе исследования изучили влияние разреженной внутрислойной связи на динамику одного из колец системы, а именно ансамбля (x). На рисунках 4 и 5 в качестве примера показаны мгновенные профили ансамбля (x) в отсутствие дефектов внутрислойной связи и при наличии 25% случайно распределенных дефектов соответственно. Выяснили, что в изучаемом

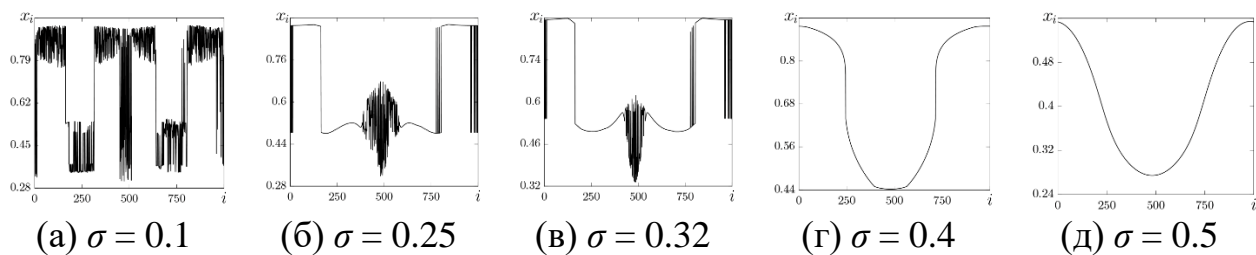


Рисунок 4 – Мгновенные профили ансамбля (x) для различных значений силы внутрислойной связи в отсутствие дефектов внутрислойной связи.

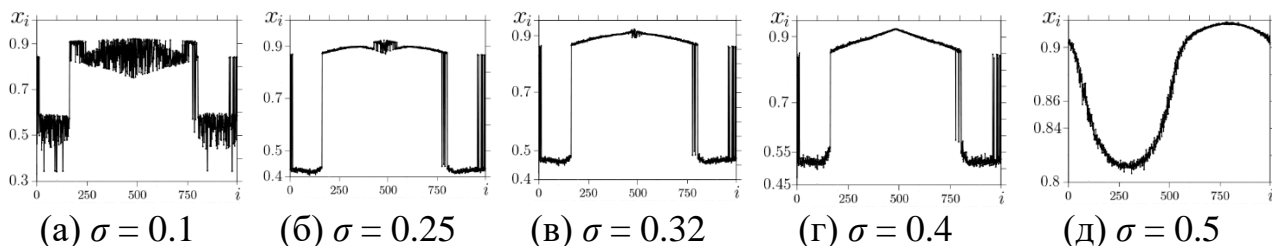


Рисунок 5 – Мгновенные снимки ансамбля (x) для различных значений силы внутрислойной связи в отсутствие 25% случайно распределенных дефектов внутрислойной связи.

ансамбле с ростом величины внутрислойной связи и степени её разреженности изменяются диапазоны значений параметров, в которых наблюдается та или иная динамика ансамбля. Амплитудные и фазовые химерные состояния в при этом могут сохраняться. Для более подробных выводов требуются дальнейшие исследования.

Заключение

В ходе данной работы методами численного моделирования было проведено исследование влияния степени разреженности связи между элементами двуслойной сети нелокально связанных логистических отображений на возможность внешней и взаимной синхронизации двух ансамблей рассматриваемой структуры.

Для оценки степени синхронизации изучаемой системы и поведения отдельных групп осцилляторов ансамблей рассчитывались два статистических показателя, а именно среднеквадратичное отклонение по времени и

среднеквадратичное отклонение по времени и по ансамблю. Для наглядной демонстрации динамики системы были построены пространственно-временные профили ансамблей, а также зависимости и двухпараметрические диаграммы статистических показателей.

В исследовании были рассмотрены несколько моделей введения разреженной межслойной связи: случайно и равномерно распределенные дефекты, и кластерная связь. В ходе исследования была установлена общая закономерность снижения степени синхронности системы с увеличением количества дефектов межслойной связи при случайно и равномерно распределенных дефектах. В случае кластерной связи система может демонстрировать различную степень синхронности в зависимости от того, какую динамику демонстрирует кластер осцилляторов, через которые связаны ансамбли. Так, например, при связи через некогерентные кластеры в системе можно наблюдать явление эффективной синхронизации с минимальной наблюдаемой точностью 0.08. Взаимодействие ансамблей может осуществляться с сохранением химерных состояний, однако ансамбли могут демонстрировать различную динамику, как хаотическую, так и регулярную, в зависимости от силы межслойного взаимодействия и типа разреженной межслойной связи. Отметим, что наибольшее разнообразие демонстрируемых ансамблями структур наблюдается при двустороннем взаимодействии.

Также был проведен анализ влияния сил межслойной и внутрислойной связи на степень синхронности системы. Были обнаружены значения сил межслойной и внутрислойной связи, при которых в системе могут наблюдаться полная или эффективная синхронизация.

На последнем этапе работы изучили влияние степени разреженности внутрислойной нелокальной связи на динамику одного из ансамблей исследуемой сети. Выяснили, что наличие дефектов внутрислойной связи влияет на диапазон значений силы внутрислойной связи, в котором существует тот или иной тип структур. Кроме того, в условиях разреженной внутрислойной связи в ансамбле возможно сохранение химерных состояний.