

Лабораторная работа: Исследование цифрового фильтра Гильберта

1 Краткие теоретические сведения

1.1 Введение

Кроме обычных цифровых фильтров, являющихся частотно-селективными устройствами существует класс фильтров, называемых специальными фильтрами. Специальные фильтры осуществляют некоторое преобразование над цифровым сигналом, которое выходит за рамки подавления составляющих спектра в определенном частотном диапазоне. Одним из таких преобразований, имеющих важное значение в радиотехнике, является преобразование Гильберта. Фильтр, осуществляющий преобразование Гильберта цифрового сигнала и называется цифровым фильтром Гильберта.

1.2 Преобразование Гильберта и его свойства

Преобразованием Гильберта (ПГ) аналогового сигнала $x(t)$ называется линейное преобразование вида:

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\xi)}{t - \xi} d\xi \quad (1)$$

Получившийся сигнал $\tilde{x}(t)$ называют сопряженным сигналом. Из формулы (1) видно, что ПГ некаузально, так как значение сопряженного сигнала в текущий момент времени зависит как от прошлых, так и от будущих значений исходного сигнала $x(t)$. Это свойство чрезвычайно важно, поскольку из-за него преобразование Гильберта не может быть выполнено каким-либо физическим прибором - то есть является нереализуемым на практике. В чем же смысл этой физически нереализуемой процедуры и откуда возник интерес к ней в радиофизике и радиотехнике?

Чтобы ответить на этот вопрос посмотрим на (1) со спектральной точки зрения. Присмотревшись к формуле (1), можно увидеть, что с точностью до постоянного множителя $1/\pi$ ПГ представляет собой свертку сигнала с функцией $1/t$, а значит, что преобразование Фурье от сопряженного сигнала будет равно произведению преобразования Фурье от этих сигналов:

$$F_{\tilde{x}}(\omega) = \frac{1}{\pi} F_x(\omega) F_{1/t}(\omega)$$

Поскольку $F_{1/t}(\omega) = -j\pi \text{Sgn}(\omega)$ (Sgn - функция знака), то окончательно получаем:

$$F_{\tilde{x}}(\omega) = -j\text{Sgn}(\omega)F_x(\omega)$$

Таким образом, преобразование Гильберта можно рассматривать, как гипотетическое линейное устройство (четыреполюсник), АЧХ которого постоянна: $|K(\omega)| = 1$, а ФЧХ представляет кусочно-постоянную функцию:

$$\theta(\omega) = \begin{cases} -\pi/2 & \text{при } \omega > 0 \\ \pi/2 & \text{при } \omega < 0 \end{cases}$$

Если на вход фильтра Гильберта подать гармонический сигнал любой частоты $x(t) = A \cos(\omega_0 t)$, то на выходе будет сигнал той же частоты и амплитуды, но сдвинутый по фазе на 90 градусов $\tilde{x}(t) = A \sin(\omega_0 t)$. Объединив два вещественных сигнала в один комплексный: $X(t) = x(t) + j\tilde{x}(t) = A \exp(j\omega_0 t)$, который принято называть комплексным гармоническим сигналом. Комплексный гармонический сигнал является базовым сигналом при исследовании линейных радиоцепей с использованием *символического метода*, который позволяет описывать процессы в конденсаторе и катушки индуктивности при помощи одного параметра - импеданса. Модуль комплексного гармонического сигнала совпадает с амплитудой, а аргумент - с фазой исходного гармонического сигнала.

Если теперь на вход ПГ подать произвольный сигнал $x(t)$, то сопряженный сигнал $\tilde{x}(t)$ будет содержать те же гармонические составляющие, но сдвинутые на 90 градусов. Легко увидеть, что в спектре комплексного сигнала, составленного из $x(t)$ и $\tilde{x}(t)$: $X(t) = x(t) + j\tilde{x}(t)$ будет содержаться только положительные частоты (все компоненты спектра на отрицательных частотах равны нулю). Такой комплексный сигнал называют *аналитическим*. Рассмотренный выше комплексный гармонический сигнал - простейший вид аналитического сигнала. Для чего используют аналитический сигнал? Из его рассмотрения можно получить информацию о *мгновенной амплитуде* и *мгновенной фазе* исходного сигнала.

1.3 Использование ПГ для выделения амплитуды и фазы сигнала

Амплитуда и фаза - характеристики гармонических колебаний: если $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$, то A - амплитуда, $\psi(t) = \omega t + \phi$ - фаза. Амплитуда характеризует интенсивность (размах) колебаний, а фаза - текущее состояние гармонического колебательного процесса. Например, если $\psi = 0$, то сигнал в данный момент времени принимает свое максимальное значение, $\psi = \pi/2$ - равен нулю, $\psi = \pi$ - принимает минимальное из возможных значений. Одновременное задание амплитуды и фазы полностью характеризует значение сигнала в данный момент времени. Понятие амплитуды и фазы в строгом смысле применимо только к гармоническим сигналам. Однако, на практике их используют для значительно более широкого класса сигналов, таких, например, как модулированные сигналы, которые используются для передачи информации.

Рассмотрим амплитудно-модулированные (АМ) колебания: $x(t) = A(t) \cos(\omega t + \phi)$, $A(t)$ - амплитуда, меняющаяся со временем - мгновенная амплитуда. Обычно считается, что $A(t)$ - более медленная функция, чем $\cos(\omega t + \phi)$. АМ сигнал также записывают в форме: $x(t) =$

$A_0 [1 + m\zeta(t)] \cos(\omega_0 t + \phi)$, где m - коэффициент модуляции, $\zeta(t)$ - модулирующий сигнал (огибающая). Если АМ колебания используют в линиях связи, то модулирующий сигнал содержит передаваемую информацию. Как извлечь его из $x(t)$? Для этого можно использовать ПГ.

Простейший случай АМ сигнала - одно-тональный АМ сигнал, когда модулирующий сигнал представляет собой гармоническое колебание $\zeta(t) = \cos(\Omega t)$. Тогда сам сигнал может быть представлен в виде трех гармонических составляющих:

$$x(t) = A_0 \left\{ \cos(\omega_0 t + \phi) + \frac{m}{2} \cos([\omega_0 + \Omega] t + \phi) + \frac{m}{2} \cos([\omega_0 - \Omega] t + \phi) \right\}$$

Сопряженный сигнал получится, если заменить косинусы на синусы:

$$\tilde{x}(t) = A_0 \left\{ \sin(\omega_0 t + \phi) + \frac{m}{2} \sin([\omega_0 + \Omega] t + \phi) + \frac{m}{2} \sin([\omega_0 - \Omega] t + \phi) \right\}$$

и соответственно, аналитический сигнал:

$$X(t) = A_0 \left\{ \exp(j(\omega_0 t + \phi)) + \frac{m}{2} \exp(j([\omega_0 + \Omega] t + \phi)) + \frac{m}{2} \exp(j([\omega_0 - \Omega] t + \phi)) \right\} \quad (2)$$

Выражение (2) преобразуется к виду:

$$X(t) = A_0 \{1 + m \cos(\Omega t)\} \exp(j(\omega_0 t + \phi))$$

откуда видно, что модуль аналитического сигнала совпадает с огибающей исходных АМ колебаний:

$$|X(t)| = A_0 \{1 + m \cos(\Omega t)\}$$

Аналогичным образом можно показать, что ПГ дает возможность получить огибающую любых АМ колебаний. В этом случае огибающая $\zeta(t)$ раскладывается по своим гармоническим составляющим $F_\zeta(\omega)$: $\zeta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_\zeta(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$. Спектр модулированных колебаний представляет собой сумму несущей частоты и боковых полос:

$$F_x^+ = \pi\delta(\omega - \omega_0) + \frac{m}{2} F_\zeta(\omega - \omega_0)$$

Здесь F_x^+ означает ту часть спектра, которая приходится на положительные частоты. Соответственно, положительная часть спектра сопряженного сигнала получится, если F_x^+ домножить на $-j$:

$$F_{\tilde{x}}^+ = -j \left\{ \pi\delta(\omega - \omega_0) + \frac{m}{2} F_\zeta(\omega - \omega_0) \right\}$$

и соответственно, спектр аналитического сигнала $X = x + j\tilde{x}$:

$$F_X = 2\pi\delta(\omega - \omega_0) + mF_\zeta(\omega - \omega_0) \quad (3)$$

(напомним, что отрицательная часть спектра аналитического сигнала равна нулю, поэтому знак “+” над F_X не ставится. Чтобы выразить сигнал, через его спектр, надо воспользоваться обратным преобразованием Фурье:

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{2\pi\delta(\omega - \omega_0) + mF_\zeta(\omega - \omega_0)\} \exp(j\omega t) d\omega = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \omega_0) \exp(j\omega t) d\omega + \frac{m}{2\pi} \exp(j\omega_0 t) \int_{-\infty}^{\infty} F_\zeta(\omega - \omega_0) \exp(j(\omega - \omega_0)t) d(\omega - \omega_0) = \\ &= \exp(j\omega_0 t) + \exp(j\omega_0 t) \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_\zeta(\xi) \exp(j\xi t) d\xi \right\} = [1 + m\zeta(t)] \exp(j\omega_0 t) \end{aligned}$$

Таким образом, амплитуда аналитического сигнала $1 + m\zeta(t)$ совпадает с модулирующим сигналом.

Аналитический сигнал позволяет получить значение мгновенной фазы сигналов с угловой (фазовой) модуляцией. ФМ сигнал может быть записан в виде $x(t) = A_0 \cos(\omega t + \phi(t))$, где $\phi(t) = m\zeta(t)$, m - коэффициент угловой модуляции, $\zeta(t)$ - модулирующий сигнал ($|\zeta(t)| < 1$). Известно, что при малых коэффициентах модуляции (это означает, что спектр модулированных колебаний “прижат” к частоте несущей ω), мгновенная фаза сигнала $x(t)$ может быть получена в виде аргумента комплексного аналитического сигнала:

$$\omega t + \phi(t) \simeq \arctan \left(\frac{\operatorname{Im}[X(t)]}{\operatorname{Re}[X(t)]} \right)$$

Данное свойство позволяет использовать ПГ в качестве фазового детектора.

1.4 Дискретное преобразование Гильберта

Дискретное преобразование Гильберта (ДПГ) вводится по аналогии с обычным (аналоговым) преобразованием Гильберта. Оно определяется как линейное преобразование дискретного сигнала $x(n)$, частотная характеристика которого совпадает с частотной характеристика ПГ:

$$K(\bar{\omega}) = \begin{cases} -j & \text{если } \bar{\omega} \in [0; \pi] \\ j & \text{если } \bar{\omega} \in [-\pi; 0] \end{cases}$$

Таким образом, ДПГ можно рассматривать как цифровой фильтр, АЧХ которого постоянна во всей полосе частот, а ФЧХ - кусочно-постоянна. Такой фильтр будет некаузальным. Это легко увидеть, если рассчитать импульсную характеристику ДПГ:

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^0 j \exp(j\bar{\omega}n) d\bar{\omega} - \int_0^{\pi} j \exp(j\bar{\omega}n) d\bar{\omega} \right] = \begin{cases} \frac{2 \sin^2(\pi n/2)}{\pi n}, & n \neq 0 \\ 0, & n = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Видно, что импульсная характеристика отлична от нуля для сколь угодно малых значений n , а значит преобразование некаузально и не может быть реализовано техническими средствами. Тем не менее, также как и в случае обычных фильтров - мы не можем реализовать идеальный фильтр, но можно построить фильтр, сколь угодно близкий к идеальному. При определенных условиях, накладываемых на преобразуемые сигналы, можно построить цифровой фильтр Гильберта, приближающийся по своим свойствам к ДПГ.

1.5 Цифровой фильтр Гильберта с линейной ФЧХ

Подойдем к задаче создания фильтра Гильберта также как к задаче синтеза обычного фильтра. При решении этой задачи учтем, что любой цифровой фильтр имеет некоторую групповую задержку k . Это означает, что сигнал на выходе фильтра в текущий момент времени $y(n)$ будет соответствовать сигналу, сопряженному со входным сигналом, рассматриваемым k шагов назад: $y(n) \simeq \tilde{x}(n - k)$. В соответствии с этим, ФЧХ фильтра Гильберта будет представлять собой линейную функцию от частоты, и равную $-\pi/2$ в нуле. АЧХ фильтра Гильберта должно быть постоянным и равным единице.

В работе N3, в разделе ?? рассматривались общие принципы синтеза фильтров с линейной ФЧХ. В частности, было показано, что такими свойствами могут обладать КИХ фильтры $y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i)$ с нечетным числом слагаемых $M = 2k$. Частотная характеристика таких фильтров (см.??) имеет вид:

$$K(\bar{\omega}) = [\{b_0 \exp(jk\bar{\omega}) + b_{2k} \exp(-jk\bar{\omega})\} + \{b_1 \exp(j(k-1)\bar{\omega}) + b_{2k-1} \exp(-j(k-1)\bar{\omega})\} + \dots + \{b_{k-1} \exp(j\bar{\omega}) + b_{k+1} \exp(-j\bar{\omega})\} + b_k] \exp(-jk\bar{\omega}) \quad (5)$$

Запишем ее в виде $K(\bar{\omega}) = -j \exp(-jk\bar{\omega}) D(\bar{\omega})$. Чтобы синтезировать фильтр Гильберта нам надо так подобрать коэффициенты b_i , чтобы функция $D(\bar{\omega})$:

- была вещественной и
- принимала значения, близкие к единице во всем частотном диапазоне.

Из формулы (5) видно, что для вещественного характера $D(\bar{\omega})$ достаточно выбрать коэффициенты b_i антисимметричным образом:

$$\begin{aligned} b_0 &= -b_{2k} \\ b_1 &= -b_{2k-1} \\ &\dots \\ b_{k-1} &= b_{k+1} \\ b_k &= 0 \end{aligned}$$

В этом случае, получаем:

$$D(\bar{\omega}) = -2 \{b_0 \sin(k\bar{\omega}) + b_1 \sin((k-1)\bar{\omega}) + \dots + b_{k-1} \sin(\bar{\omega})\} \quad (6)$$

Посмотрим, какими свойствами будет обладать фильтр с данным выбором коэффициентов. Из (6) следует, что, как при $\bar{\omega} = 0$, так и при $\bar{\omega} = \pi$ коэффициент передачи фильтра будет равен нулю ($K(\bar{\omega}) = 0$). Таким образом, указанный фильтр может быть лишь полосовым. Отсюда мы приходим к важному выводу: ЦФГ может работать с сигналами, имеющими полосовой спектр (то есть спектр которых находится в некоторой полосе частот от ω_1 до ω_2 . Наличие верхней граничной частоты не имеет принципиального значения, поскольку любые методы цифровой обработки требуют ограниченности спектра сверху. Наличие нижней граничной частоты выделяет ДПГ среди других методов обработки: оно не может применяться к тем сигналам, в спектре которых присутствуют гармоники на сколь угодно низких частотах.

Таким образом, асимметричный выбор коэффициентов обеспечивает нам нужные фазо-частотные свойства фильтра Гильберта. Чтобы обеспечить нужные амплитудно-частотные свойства, необходимо подобрать соответствующие коэффициенты b_i . Как это сделать? Простейший (но не лучший) способ - воспользоваться импульсной характеристикой (4). Если мы учтем групповую задержку фильтра на k шагов, то она преобразуется к виду:

$$h(n) = \begin{cases} \frac{2 \sin^2(\pi(n-k)/2)}{\pi(n-k)}, & n \neq k \\ 0, & n = k \end{cases}$$

оставаясь некаузальной. Чтобы обеспечить каузальность, можно “отсечь” все слагаемые с $n < 0$ и соответственно с $n > 2k$. Поскольку $h(n)$ спадает пропорционально $1/(n - k)$ от своего максимального значения, то выбирая большое k (соответственно большой порядок фильтра) можно сделать “обрезаемые” слагаемые сколь угодно малыми. Однако, такой путь не дает возможность создать хороший фильтр Гильберта. Данный метод “упирается” в хорошо известное в радиотехнике явление Гиббса. Отсечение малых слагаемых в импульсной характеристике не позволяет сколь угодно близко приблизить соответствующую частотную характеристику к частотной характеристике идеального фильтра, поскольку на ней появляются “осцилляции” значительной амплитуды. Поэтому на практике используется синтез *фильтров Чебышева*, характеристика которых, при выбранном порядке фильтра, лучше всего совпадает с характеристикой идеального фильтра. Одним из алгоритмов подбора коэффициентов фильтров Чебышева является *алгоритм Ремеза*. Синтез фильтра Гильберта выходит за рамки данной работы, поэтому данный алгоритм рассматриваться здесь не будет.

2 Практическая часть

В лабораторной работе определяются характеристики цифрового фильтра Гильберта (АЧХ, ФЧХ, импульсная характеристика), исследуются сигналы через ЦФГ, проводится анализ возможности использования ЦФГ для амплитудного и фазового детектирования.

2.1 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка представляет собой компьютерную программу, созданную в среде программирования LabView, которая позволяет моделировать регулярные дискретные сигналы, проводить их фильтрацию при помощи цифрового фильтра Гильберта, отображать сами сигналы на осциллографе. Кроме того, используя исходный и преобразованный (сопряженный) сигналы, программа строит (и отображает на осциллографе) временные зависимости мгновенной амплитуды $A(n) = \sqrt{x^2(n) + \tilde{x}^2(n)}$, и приведенной мгновенной фазы $\psi(n) = \arctan(\tilde{x}(n)/x(n)) - \omega_0 n$. Функциональная схема изображена на рис. 1

В установку входят:

1. генератор, позволяющий генерировать следующие виды сигналов с дискретным временем:

- гармонический сигнал единичной амплитуды и заданной частоты ω_0 : $x(n) = \cos(\omega_0 n)$;
- периодическая последовательность прямоугольных импульсов скважностью два с единичной амплитудой и заданной базовой частотой ω_0 : $x(n) = \text{Sign}[\cos(\omega_0 n)]$ ($\text{Sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ - функция знака);
- гармонический сигнал единичной амплитуды и заданной частоты ω_0 , промодулированный по амплитуде и/или по фазе другим гармоническим сигналом, с заданной частотой Ω и коэффициентом модуляции m :

$$x(n) = [1 + S_{AM} m \cos(\Omega n)] \cos(\omega_0 n + S_{PM} m \cos(\Omega n))$$
,
 здесь S_{AM}, S_{PM} - коэффициенты, принимающие значение 1 при включении соответствующего типа модуляции и 0 - при выключении данного типа модуляции;

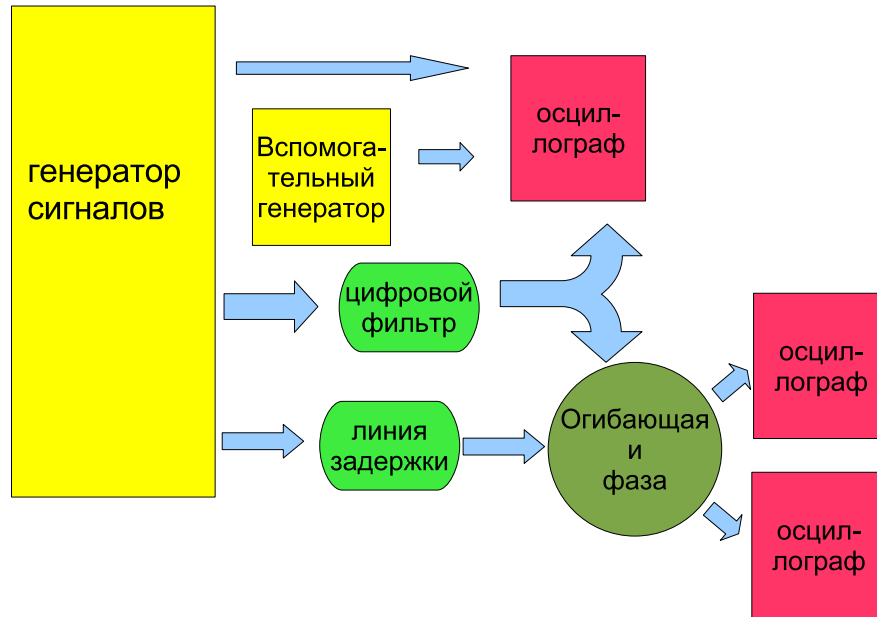


Рис. 1: Функциональная схема установки для исследования цифрового фильтра Гильберта

- периодическая последовательность прямоугольных импульсов скважностью два с единичной амплитудой и заданной базовой частотой ω_0 , промодулированная по амплитуде и/или по фазе гармоническим сигналом, с заданной частотой Ω и коэффициентом модуляции m :

$$x(n) = [1 + S_{AM}m \cos(\Omega n)] \text{Sign}[\cos(\omega_0 n + S_{PM}m \cos(\Omega n))]$$
,
 здесь S_{AM}, S_{PM} - коэффициенты, принимающие значение 1 при включении соответствующего типа модуляции и 0 - при выключении данного типа модуляции;
 - сигнал единичного импульса $x(n) = \delta(n)$.
2. Вспомогательный генератор гармонических колебаний с задаваемой амплитудой a и начальной фазой φ_0 , частота которого привязана к частоте основного генератора: $x_1(n) = a \cos(\omega_0 n + \varphi_0)$. Вспомогательный генератор служит для построения АЧХ и ФЧХ фильтра.
 3. Цифровой фильтр Гильберта.
 4. Линия задержки, задерживающая исходный сигнал на заданное число шагов N : $y(n) = x(n - N)$.
 5. Детектор мгновенной амплитуды и мгновенной фазы, определяющий амплитуду и фазу в соответствии с формулами: $A(n) = \sqrt{y^2(n) + \tilde{x}^2(n)}$ и $\psi(n) = \arctan(\tilde{x}(n)/y(n)) - \omega_0 n$.

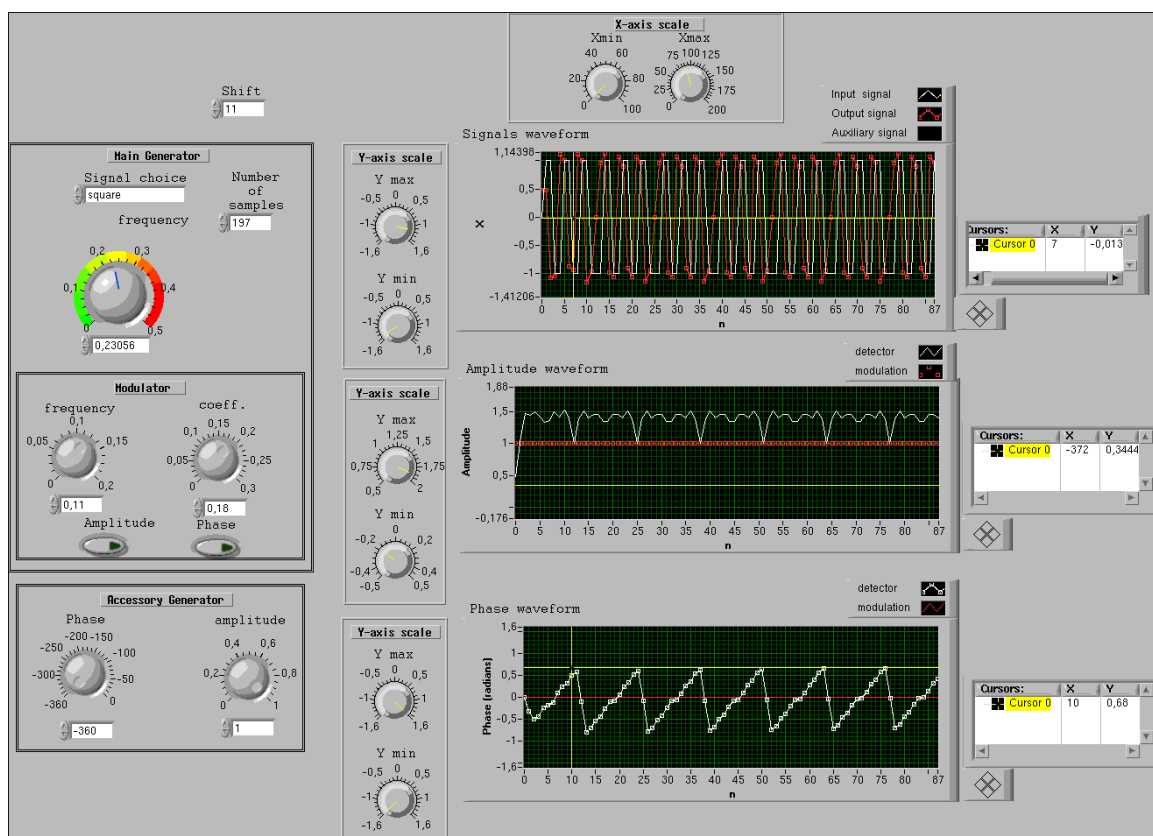


Рис. 2: Вид передней панели установки для исследования цифрового фильтра Гильберта

6. Три осциллографа для отображения формы сигналов, формы мгновенной амплитуды и формы мгновенной фазы.

На рис.2 приведена передняя панель установки. На ней располагаются:

1. **Основной генератор (Main Generator)** - генератор, который формирует указанные выше формы сигналов. Он содержит следующие элементы управления:
 - (a) **Signal choice** – переключатель формы выходного сигнала. Нажатием на кнопку форма сигнала изменяется в последовательности импульс – синус – прямоугольник .
 - (b) **Frequency** – регулятор нормированной частоты в пределах выбранного диапазона от 0 – 0.5. При вращении ручки по часовой стрелке происходит увеличение частоты, против часовой стрелки – уменьшение.
 - (c) **Number of samples** – регулятор длительности сигнала (задает число отсчетов сигнала).
2. **Модулятор (Modulator)** - генерирует модулирующий сигнал. .

- (a) Ручка **Frequency** – регулятор нормированной частоты модулирующего сигнала Ω в пределах выбранного диапазона от 0 – 0.5.
 - (b) Ручка **Mod. coeff** - задает коэффициент модуляции m .
 - (c) Кнопки **Amplitude** и **Phase** – включают/выключают соответствующий тип модуляции (АМ и ФМ) .
3. **Вспомогательный генератор (Accessory generator)** - генерирует вспомогательный гармонический сигнал.
- (a) Ручка **Phase** - задает начальную фазу сигнала.
 - (b) Ручка **Amplitude** - задает амплитуду сигнала.
4. **Осциллограф 1** строит исходный сигнал, сопряженный сигнал, сигнал вспомогательного генератора.
5. **Осциллограф 2** строит форму мгновенной амплитуды
6. **Осциллограф 3** строит форму мгновенной фазы. Все три осциллографа снабжены ручками регулировки масштабов по вертикали, блок курсоров, имеют единый регулятор масштаба по горизонтали.

2.2 Ход работы

1. Определение характеристик фильтра Гильберта.
 - (a) Постройте импульсную характеристику ЦФГ. Для этого подайте на вход фильтра сигнал в виде одиночного δ -импульса (длительность сигнала должна быть достаточно большой). Выходной сигнал будет представлять собой импульсную характеристику. Определите максимальный интервал времени, на котором импульсная характеристика остается ненулевой. Определите групповую задержку фильтра.
 - (b) Постройте АЧХ ЦФГ. Подайте на вход фильтра гармонический сигнал. Меняя частоту входного сигнала, измеряйте амплитуду выходного сигнала. Зависимость данной амплитуды от частоты и будет представлять собой искомую АЧХ (поскольку амплитуда входного сигнала равна единице). Для более точного определения амплитуды выходного сигнала используйте вспомогательный генератор: ручкой регулировки амплитуды подберите амплитуду сигнала вспомогательного генератора равной амплитуде выходного сигнала, тогда показание дисплея ручки регулировки амплитуды и будут представлять собой искомую амплитуду сопряженного сигнала.
 - (c) Постройте ФЧХ ЦФГ. Подайте на вход фильтра гармонический сигнал. Меняя частоту входного сигнала, измеряйте начальную фазу выходного сигнала по отношению к фазе входного. Зависимость начальной фазы от частоты и будет представлять собой искомую ФЧХ (поскольку начальная фаза входного сигнала равна нулю). Для более точного определения начальной фазы выходного сигнала используйте вспомогательный

генератор: ручкой регулировки фазы установите начальную фазу сигнала вспомогательного генератора равной фазе выходного сигнала, тогда показание дисплея ручки регулировки фазы и будут представлять собой искомую фазу сопряженного сигнала.

- (d) По найденной импульсной характеристике постройте теоретическую зависимость АЧХ и сопоставьте ее с экспериментальной.

2. Исследование прохождения сигналов через фильтр Гильберта

- (a) Предварительно установите время задержки входного сигнала равное групповой задержке ЦФГ. После этого сигнал на выходе фильтра будет представлять собой сопряженный сигнал.
- (b) Проведите исследование прохождения гармонического сигнала через ЦФГ. Убедитесь, что сдвиг фазы между исходным и преобразованным сигналами составляет 90 градусов. Проиллюстрируйте это несколькими осциллограммами. Определите сдвиг фазы между сигналами для нескольких значений частоты в полосе подавления фильтра.
- (c) Проведите исследование прохождения последовательности прямоугольных импульсов через ЦФГ. Постройте несколько характерных осциллограмм.

3. Исследование детектирующих свойств фильтра Гильберта.

- (a) Проведите исследование детектирующих свойств ЦФГ для АМ сигнала. Подайте на фильтр АМ сигнал с разными частотами огибающей и разными коэффициентами модуляции. Постройте график зависимости $\Delta_{AM}(\omega)$, $\Delta_{AM}(\Omega)$, $\Delta_{AM}(m)$, здесь $\Delta_{AM} = \|A_H(n) - A(n)\| / \|A(n)\|$ - относительная погрешность детектора ($A_H(n)$ - мгновенная амплитуда, определяемая при помощи ЦФГ, $A(n)$ - мгновенная амплитуда (огибающая)). Обе величины $A_H(n)$ и $A(n)$ определяются при помощи курсорных измерений на экране осциллографа 2, $\|\cdot\|$ - означает равномерную норму). Постройте несколько характерных осциллограмм для мгновенных амплитуд
- (b) Проведите исследование детектирующих свойств ЦФГ для ФМ сигнала. Подайте на фильтр ФМ сигнал с разными частотами огибающей и разными коэффициентами модуляции. Постройте график зависимости $\Delta_{PM}(\omega)$, $\Delta_{PM}(\Omega)$, $\Delta_{PM}(m)$, здесь $\Delta_{PM} = \|\psi_H(n) - \psi(n)\| / \|\psi(n)\|$ - относительная погрешность детектора ($\psi_H(n)$ - мгновенная фаза, определяемая при помощи ЦФГ, $\psi(n)$ - мгновенная амплитуда (огибающая)). Обе величины $\psi_H(n)$ и $\psi(n)$ определяются при помощи курсорных измерений на экране осциллографа 3, $\|\cdot\|$ - означает равномерную норму). Постройте несколько характерных осциллограмм для мгновенных фаз.
- (c) Проведите исследование детектирующих свойств для АМ или ФМ сигнала, в том случае, когда несущей является сигнал, представляющий собой последовательность прямоугольных импульсов. Проиллюстрируйте детектирующие свойства несколькими рисунками.