

Лабораторная работа: исследование цифровых фильтров

1 Краткие теоретические сведения

1.1 Введение

Цифровым фильтром принято называть функциональное устройство, преобразующее цифровой сигнал и обладающее частотно-селективными свойствами, то есть подавляющее гармонические составляющие сигнала в одной полосе частот (полоса подавления) и пропускающие гармонические составляющие в другой полосе частот (полоса пропускания). Синтез различных цифровых фильтров - один из основных вопросов цифровой обработки сигналов.

1.2 Описание фильтров разностными уравнениями

Цифровой фильтр удобно представлять в виде четырехполюсника то есть устройства, имеющего вход для цифрового сигнала $x(n)$, и выход для преобразованного сигнала $y(n)$. Для описания работы этого четырехполюсника можно использовать разностные уравнения:

$$y(n) = F(y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-M), x(n), x(n-1), \dots, x(n-K)) \quad (1)$$

Здесь функция F задает вид преобразования входного сигнала в выходной. В общем случае, значение сигнала в текущий момент времени $y(n)$ может определяться не только текущим значением входного сигнала $x(n)$, но и предыдущими значениями входного сигнала $x(n-1)$, $x(n-2)$... вплоть до $x(n-K)$. В этом случае, говорят, что четырехполюсник *обладает памятью* длиной K шагов. Кроме того, значение выходного сигнала может зависеть от выходного же сигнала в



Рис. 1: Цифровой четырехполюсник

предыдущие моменты времени $y(n-1)$, $y(n-2)$... вплоть до $y(n-M)$. Такие четырехполосники называют *рекурсивными*. Число M определяет порядок рекурсии. Рекурсивными бывают те четырехполосники, в устройстве которых есть обратные связи, то есть часть выходного сигнала ответвляется и подается обратно на вход. В противоположность рекурсивным четырехполосникам, те четырехполосники, у которых в функции F отсутствуют переменные $y(n-i)$, - называют *нерекурсивными*.

В теории цифровых четырехполосников, также как и в теории аналоговых четырехполосников, важную роль играет свойство *каузальности* (или причинности). Под каузальными понимают такие устройства, сигнал на выходе которых появляется не ранее, чем сигнал на входе. То есть, каузальные четырехполосники должны подчиняться принципу причинности: следствие воздействия не может обгонять свою причину. Уравнение (1) удовлетворяет этому свойству, а вот, например, уравнение $y(n) = x(n) + x(n+1)$ - нет. В нем значение выходного сигнала $y(n)$ зависит от входного сигнала в будущий момент времени. Некаузальные четырехполосники не могут быть созданы как технические устройства, однако, уравнения таких четырехполосников могут появляться при анализе тех или иных задач. Если реализация какой-либо операции обработки сигнала требует использования некаузального четырехполосника, это значит, что она невозможна.

Среди всех четырехполосников особое место занимают линейные четырехполосники. Они являются самыми простыми и потому очень часто используются на практике. Линейный четырехполосник описывается линейным разностным уравнением:

$$y(n) + \sum_{i=1}^M a_i y(n-i) = \sum_{i=0}^K b_i x(n-i) \quad (2)$$

где a_i и b_i - постоянные параметры. В дальнейшем мы будем рассматривать только линейные четырехполосники.

1.3 Характеристики, описывающие линейные четырехполосники

Свойства линейного четырехполосника могут быть описаны не только посредством разностного уравнения, но и рядом других способов:

1. При помощи импульсной характеристики $h(n)$. Под *импульсной характеристикой* четырехполосника понимают его отклик (выходной сигнал) на воздействие (входной сигнал) в виде единичного импульса $\delta(n)$:

$$x(n) = \delta(n) \quad y(n) = h(n)$$

Импульсная характеристика дает возможность рассчитать отклик системы на заданный входной сигнал:

$$y(n) = x(n) \circ h(n) = \sum_{m=0}^n x(m)h(n-m)$$

- он равен свертке входного сигнала с импульсной характеристикой.

2. При помощи передаточной функции $H(z)$, которая равна отношению z -преобразования выходного и входного сигналов:

$$H(z) = \frac{Z_y(z)}{Z_x(z)}$$

Напомним, что z -преобразование дискретного сигнала проводится по формуле: $Z_x(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$. Передаточная функция также дает возможность определить вид выходного сигнала по виду входного воздействия. Правда, для этого необходимо совершить нетривиальную процедуру поиска выходного сигнала $y(n)$ по его Z -изображению.

3. При помощи частотной характеристики $K(\bar{\omega})$. Частотная характеристика определяется как отношение ДВПФ от выходного сигнала к ДВПФ входного:

$$K(\bar{\omega}) = \frac{F_y(\bar{\omega})}{F_x(\bar{\omega})} \quad (3)$$

Поскольку функция спектральной плотности $F(\bar{\omega})$ - комплекснозначная, то и частотная характеристика тоже является комплексной функцией частоты. Ее модуль $|K(\bar{\omega})|$ называют коэффициентом передачи по амплитуде или амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), а аргумент $\arctg(Im(K(\bar{\omega}))/Re(K(\bar{\omega})))$ - коэффициентом передачи по фазе или фазо-частотной характеристикой (ФЧХ). Для практического измерения частотной характеристики формула (3) неудобна, поскольку требует предварительного расчета ДВПФ. Поэтому, на практике, в качестве входного воздействия выбирают гармонический сигнал $x(n) = \cos(\bar{\Omega}n)$. При этом, на выходе линейной системы мы получим гармонический сигнал той же частоты, но с другой амплитудой и начальной фазой: $y(n) = A \cos(\bar{\Omega}n + \theta)$. Легко показать, что амплитуда выходного сигнала A совпадает с модулем частотной характеристики на частоте $\bar{\Omega}$, а его фаза - соответственно с фазой частотной характеристики: $K(\bar{\Omega}) = A \exp(j\theta)$. Напомним, что спектральная плотность сигналов с дискретным временем определяется в диапазоне частот от 0 до π (на других частотах она повторяет эти значения). Поэтому и частотная характеристика цифровых четырехполосников определена в этом же диапазоне частот.

Разные способы описания свойств цифровых четырехполосников не являются независимыми. Все описанные выше характеристики пересчитываются друг в друга. Поэтому, достаточно одной из них, чтобы описать свойства линейного четырехполосника, остальные получаются из нее при помощи достаточно простых выражений. Напомним некоторые из них:

- Если известен вид разностного уравнения (2), то легко получить вид передаточной функции. Для этого нужно просто вспомнить, что z -преобразованию от сигнала, сдвинутого по времени на k шагов соответствует z -изображение исходного сигнала, домноженное на z^{-k} . Тогда, переходя в формуле (2) от сигналов к их z -образам, получаем:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^K b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^M a_i z^{-i}} \quad (4)$$

- Если известен вид импульсной характеристики, то несложно рассчитать передаточную функцию. Действительно, поскольку z -изображение для входного сигнала в виде единичного импульса равно единице, передаточная функция есть z -преобразование от импульсной характеристики:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)z^{-n} \quad (5)$$

- Частотная и передаточная характеристики легко преобразуются друг в друга при помощи замены переменных $z \leftrightarrow \exp(j\bar{\omega})$:

$$K(\bar{\omega}) = H(\exp(j\bar{\omega})) \quad (6)$$

$$H(z) = K(-j \ln(z)) \quad (7)$$

- Импульсная характеристика связана с частотной через интегральное преобразование Фурье:

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K(\bar{\omega}) \exp(j\bar{\omega}n) d\bar{\omega} \quad (8)$$

1.4 Импульсная характеристика каузального фильтра

Как уже было сказано выше, реализованы на практике могут быть только фильтры, удовлетворяющие принципу причинности, то есть каузальные фильтры. Легко показать, что импульсная характеристика каузального фильтра не может иметь ненулевых слагаемых для отрицательных значений аргумента. Действительно, входным сигналом, при определении импульсной характеристики, является единичный импульс $\delta(n)$, который действует лишь в момент времени равный нулю. Поэтому и отклик на это воздействие, которым и является импульсная характеристика, не может иметь ненулевые значения для более ранних моментов времени:

$$h(n) \equiv 0 \text{ если } n < 0 \quad (9)$$

1.5 КИХ и БИХ фильтры

Цифровые фильтры принято делить на фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ) и фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ). В первом случае импульсная характеристика отлична от нуля лишь на конечном интервале времени:

$$h(n) \begin{cases} \neq 0 & \text{если } n \in [0 : N] \\ \equiv 0 & \text{если } n \notin [0 : N] \end{cases}$$

Соответственно, для БИХ фильтров импульсная характеристика имеет отличные от нуля значения для сколь угодно больших значений n . Легко показать, что нерекурсивные фильтры всегда имеют конечную импульсную характеристику. Действительно, пусть нерекурсивный фильтр задается разностным уравнением:

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i)$$

Возьмем в качестве входного воздействия δ -импульс ($x(n) = \delta(n)$). Тогда: $h(n) = b_0\delta(n) + b_1\delta(n-1) + \dots + b_M\delta(n-M)$. При подстановке $n = 0, 1, 2, \dots, M, \dots$, получаем: $h(0) = b_0$, $h(1) = b_1, \dots$, $h(M) = b_M$, $h(n > M) \equiv 0$. Таким образом:

- нерекурсивные фильтры всегда КИХ - фильтры;
- интервал времени в течение которого импульсная характеристика ненулевая совпадает с порядком фильтра (порядком разностного уравнения);
- значения импульсной характеристики совпадают с коэффициентами разностного уравнения.

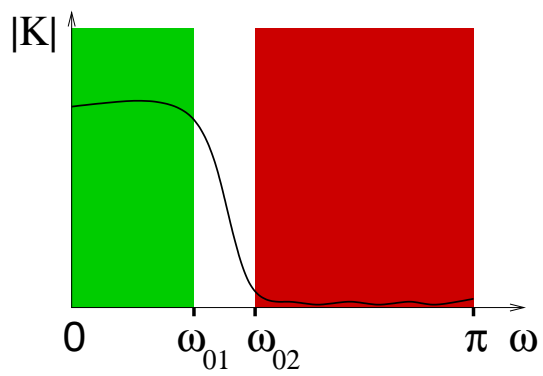
Для рекурсивных фильтров вышеперечисленные свойства не выполняются. Они могут иметь как бесконечную импульсную характеристику (как правило), так и конечную импульсную характеристику (при специальном выборе коэффициентов).

1.6 Классификация фильтров по их частотным свойствам

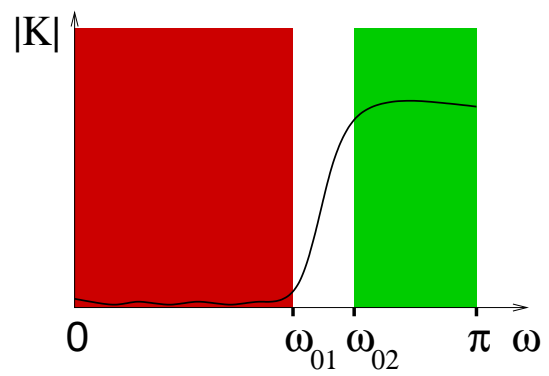
Основная задача фильтров - отфильтровывать (подавлять) спектральные компоненты сигнала в определенном частотном диапазоне, передавая в неизменном виде спектральные компоненты в другом частотном диапазоне. Поэтому основной характеристикой фильтра является его частотная характеристика. Фильтры классифицируются в зависимости от вида их амплитудно-частотной характеристики. Диапазон частот АЧХ, в котором фильтр пропускает спектральные компоненты сигнала, называется полосой пропускания. Диапазон частот АЧХ, в котором фильтр не пропускает (подавляет) спектральные компоненты сигнала, называется полосой подавления. Между полосами пропускания и подавления может располагаться т.н. переходная полоса. В зависимости от расположения на оси частот полосы пропускания и полосы подавления фильтры делятся на:

- фильтры нижних частот (ФНЧ), у которых полоса пропускания - интервал от нулевой частоты до некоторой граничной частоты $\overline{\omega}_{01}$, а полоса подавления - интервал от граничной частоты $\overline{\omega}_{02} \geq \overline{\omega}_{01}$ до π ;
- фильтры верхних частот (ФВЧ), у которых полоса подавления - интервал от нулевой частоты до некоторой граничной частоты $\overline{\omega}_{01}$, а полоса пропускания - интервал от граничной частоты $\overline{\omega}_{02} \geq \overline{\omega}_{01}$ до π ;
- полосовые фильтры (ПФ), у которых полоса пропускания имеет как верхнюю, так и нижнюю граничные частоты, то есть располагается в полосе между $\overline{\omega}_{01}$ и $\overline{\omega}_{02}$, а полоса подавления разбивается на два под-интервала: нижний, от нулевой частоты до $\overline{\omega}_{03} \leq \overline{\omega}_{01}$, и верхний, от $\overline{\omega}_{04} \geq \overline{\omega}_{02}$ до π ;
- заграждающие фильтры (ЗФ), у которых полоса подавления имеет как верхнюю, так и нижнюю граничные частоты, то есть располагается в полосе между $\overline{\omega}_{01}$ и $\overline{\omega}_{02}$, а полоса пропускания разбивается на два под-интервала: нижний, от нулевой частоты до $\overline{\omega}_{03} \leq \overline{\omega}_{01}$, и верхний, от $\overline{\omega}_{04} \geq \overline{\omega}_{02}$ до π .

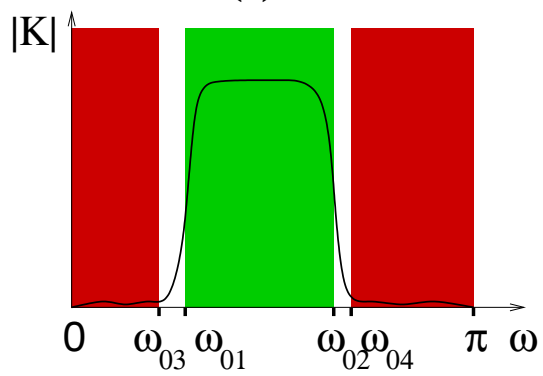
Качественный вид АЧХ для ФНЧ, ФВЧ, ПФ и ЗФ показан на рис. а, б, с и d соответственно.



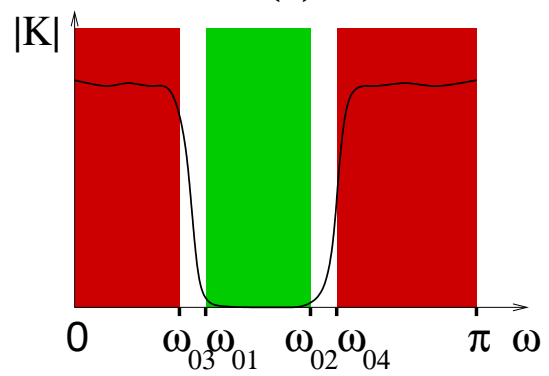
(a)



(b)



(c)



(d)

Рис. 2: Вид амплитудно-частотной характеристики для: (a) фильтра нижних частот, (b) фильтра верхних частот; (c) полосового и (d) заграждающего фильтров. Полоса пропускания окрашена зеленым цветом, полоса подавления - красным, переходная полоса оставлена белой.

1.7 Понятие об идеальных фильтрах

Идеальными называются фильтры:

1. у которых отсутствует переходная полоса, то есть весь частотный диапазон делится только на полосу пропускания и полосу подавления;
2. если спектр входного сигнала целиком укладывается в полосу подавления, то такой сигнал полностью подавляется;
3. если спектр входного сигнала целиком укладывается в полосу пропускания, тот такой сигнал передается без искажения формы.

Свойство (2) означает, что в полосе подавления амплитудно-частотная характеристика должна быть равна нулю, фазо-частотная характеристика, при этом, может быть любой. Если обозначить диапазон частот, соответствующий полосе подавления как $\Delta\bar{\omega}_s$, то данное свойство можно записать следующим образом:

$$K(\bar{\omega}) = 0, \quad \text{если } \bar{\omega} \in \Delta\bar{\omega}_s \quad (10)$$

Рассмотрим подробнее свойство (3). Обозначим диапазон частот, соответствующий полосе пропускания как $\Delta\bar{\omega}_t$ и определим вид $K(\bar{\omega})$ в этом диапазоне. Если сигнал $x(n)$ таков, что $F_x(\bar{\omega}) = 0$ для $\bar{\omega} \notin \Delta\bar{\omega}_t$, тогда форма выходного сигнала $y(n)$ должна полностью повторять форму $x(n)$. Это не значит, что входной и выходной сигналы должны быть идентичными, а означает лишь, что выходной сигнал может отличаться от входного (а) амплитудой и (б) начальной фазой. Иными словами $y(n) = Ax(n - n_0)$, где n_0 - задержка выходного сигнала относительно входного. Тогда, учитывая свойства ДВПФ, можно записать, что

$$F_y(\bar{\omega}) = AF_x(\bar{\omega}) \exp(-jn_0\bar{\omega})$$

Отсюда, для идеального фильтра

$$K(\bar{\omega}) = A \exp(-jn_0\bar{\omega}), \quad \text{если } \bar{\omega} \in \Delta\bar{\omega}_t \quad (11)$$

или, для АЧХ:

$$|K(\bar{\omega})| = A, \quad \text{если } \bar{\omega} \in \Delta\bar{\omega}_t$$

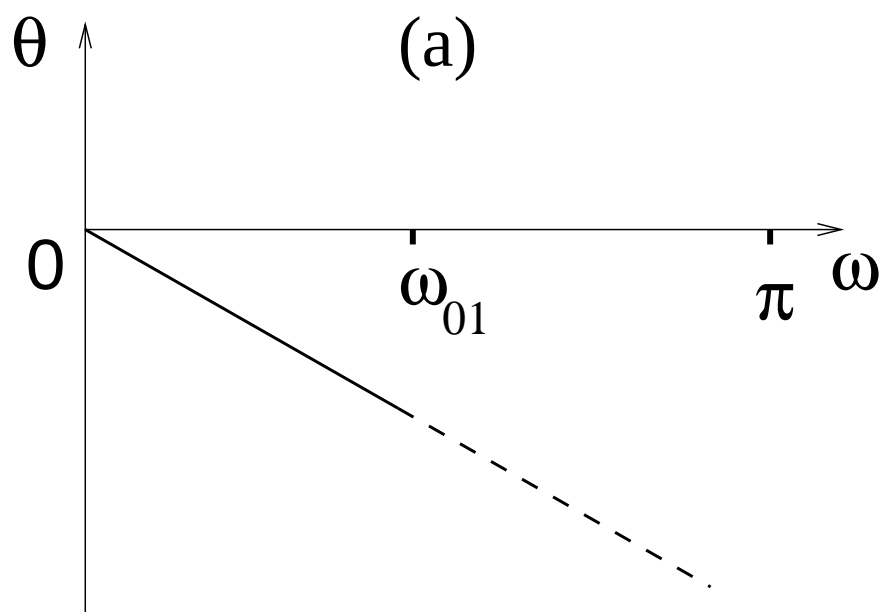
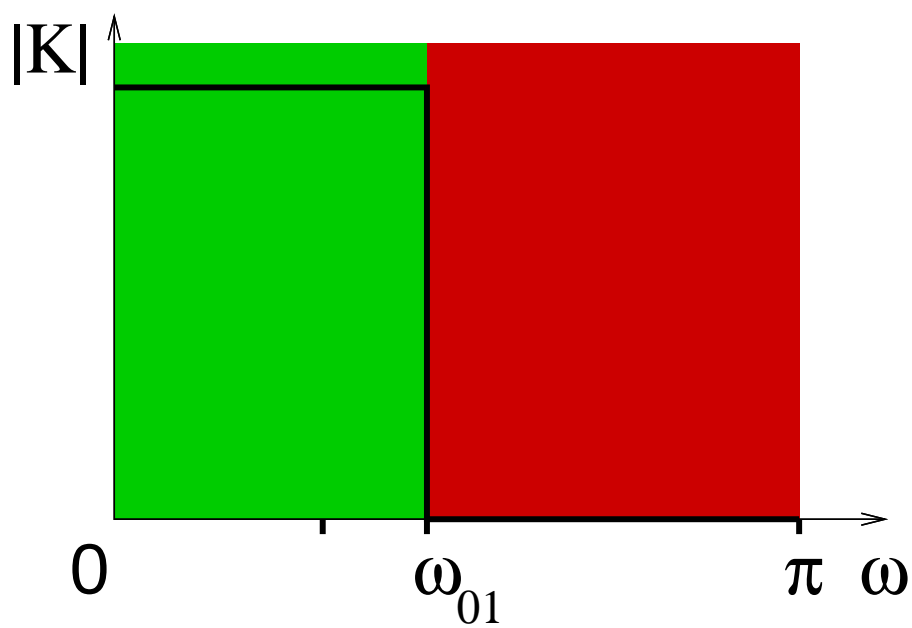
для ФЧХ:

$$\theta(\bar{\omega}) = -n_0\bar{\omega}, \quad \text{если } \bar{\omega} \in \Delta\bar{\omega}_t$$

Таким образом, мы выяснили, что в полосе подавления коэффициент передачи тождественно равен нулю, а в полосе пропускания он имеет постоянную амплитуду (модуль) и линейно зависящую от времени фазу. Вид АЧХ и ФЧХ для идеального фильтра нижних частот приведен на рис. 3.

Возможна ли реализация идеального фильтра? Нетрудно показать, что идеальный фильтр должен быть некаузальным, а значит его нельзя создать. Действительно, рассмотрим, например, идеальный фильтр нижних частот, частотная характеристика которого изображена на рис. 3. Эта характеристика задается выражением:

$$K(\bar{\omega}) = \begin{cases} A \exp(-jn_0\bar{\omega}) & \text{если } \bar{\omega} \in [-\bar{\omega}_{01} : \bar{\omega}_{01}] \\ 0 & \text{если } \bar{\omega} \notin [-\bar{\omega}_{01} : \bar{\omega}_{01}] \end{cases}$$



(b)

Рис. 3: Амплитудно-частотная (а) и фазо-частотная (b) характеристика идеального фильтра нижней частоты

Рассчитаем для него импульсную характеристику:

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\bar{\omega}_{01}}^{\bar{\omega}_{01}} A \exp(-jn_0\bar{\omega}) d\bar{\omega} \right] = \frac{A\bar{\omega}_{01}}{\pi} \text{Sinc}[(n - n_0)\bar{\omega}_{01}] \quad (12)$$

Из формулы (12) видно, что $h(n)$ имеет ненулевые слагаемые для любых значений n , включая отрицательные. Это означает, что идеальный фильтр нижних частот является некаузальным, то есть неосуществимым на практике. Аналогичные свойства можно доказать и для других идеальных фильтров.

Итак, идеальные фильтры неосуществимы. Возникает вопрос: для чего необходимо использовать модель идеального фильтра, который нельзя реализовать на практике? Дело в том, что характеристика идеального фильтра не может соответствовать никакому устройству, однако, можно создать фильтры с характеристиками, которые будут очень близки к характеристике идеального фильтра.

1.8 Фильтры с линейной ФЧХ

Комплексная частотная характеристика идеального фильтра соответствует ступенчатой АЧХ и линейной ФЧХ. В предыдущем разделе была показана неосуществимость этой комбинации. Могут ли идеальная АЧХ и идеальная ФЧХ быть реализованы по-отдельности? Иными словами, можно ли создать фильтр со ступенчатой АЧХ, ФЧХ которого не является линейной функцией частоты, и, наоборот, можно ли создать фильтр с линейной ФЧХ, АЧХ которого не идеальна? Ответ на первый из этих вопросов отрицателен. Нельзя создать идеальную АЧХ, но можно создать фильтр, АЧХ которого будет сколь угодно близка к идеальной. Ответ на второй вопрос положителен, но только если фильтр имеет конечную импульсную характеристику. КИХ фильтры с линейной ФЧХ существуют и их синтез не представляет особых трудностей. Определим те условия, которым должен удовлетворять КИХ фильтр, чтобы его ФЧХ была линейной.

Пусть КИХ фильтр задается уравнением:

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n - i)$$

тогда его передаточная характеристика $H(z)$ будет иметь вид:

$$H(z) = \sum_{i=0}^M b_i z^{-i} \quad (13)$$

Соответственно, чтобы получить частотную характеристику надо заменить в выражении (13) переменную z на $\exp(j\bar{\omega})$:

$$K(\bar{\omega}) = \sum_{i=0}^M b_i \exp(-ji\bar{\omega}) \quad (14)$$

Предположим, что $M = 2k$ - четное число. Тогда в сумме (14) будет нечетное число $(2k + 1)$ слагаемых. Вынесем общий множитель $\exp(-jk\bar{\omega})$ и сгруппируем члены суммы:

$$K(\bar{\omega}) = [\{b_0 \exp(jk\bar{\omega}) + b_{2k} \exp(-jk\bar{\omega})\} + \{b_1 \exp(j(k-1)\bar{\omega}) + b_{2k-1} \exp(-j(k-1)\bar{\omega})\} + \dots + \{b_{k-1} \exp(j\bar{\omega}) + b_{k+1} \exp(-j\bar{\omega})\} + b_k] \exp(-jk\bar{\omega}) \quad (15)$$

Из выражения (15) видно, для того чтобы ФЧХ была линейной, достаточно, чтобы сумма в квадратных скобках была вещественной: $K(\bar{\omega}) = D(\bar{\omega}) \exp(-jk\bar{\omega})$, где D - вещественнозначная функция. Для того, чтобы функцию $D(\bar{\omega})$ сделать вещественной достаточно выбрать коэффициенты b_i симметричными:

$$b_0 = b_{2k}, b_1 = b_{2k-1}, \dots, b_{k-1} = b_{k+1} \quad (16)$$

Тогда:

$$D(\bar{\omega}) = 2 [b_0 \cos(k\bar{\omega}) + b_1 \cos((k-1)\bar{\omega}) + \dots + b_{k-1} \cos(\bar{\omega}) + b_k/2], \quad (17)$$

или, обозначая $c_0 = b_k$, $c_1 = 2b_{k-1}, \dots$, $c_k = 2b_0$, получаем:

$$D(\bar{\omega}) = \sum_{i=0}^k c_i \cos(i\bar{\omega}) \quad (18)$$

Рассмотрим свойства данного фильтра. Для того чтобы получить АЧХ, нужно взять модуль от $D(\bar{\omega})$:

$$|K(\bar{\omega})| = \left| \sum_{i=0}^k c_i \cos(i\bar{\omega}) \right| \quad (19)$$

На нулевой частоте $|K(\bar{\omega})| = \left| \sum_{i=0}^k c_i \right|$, на верхней частоте $|K(\bar{\omega})| = \left| \sum_{i=0}^k c_i (-1)^i \right|$ - для обоих случаев вполне возможно подобрать соответствующие коэффициенты c_k , а значит, фильтр с симметричным выбором коэффициентов может быть как фильтром как нижних, так и верхних частот. Рассмотрим теперь подробнее свойства ФЧХ. В полосе пропускания фильтра, там где $|K(\bar{\omega})| = D(\bar{\omega})$ фазо-частотная характеристика будет линейной:

$$\theta(\bar{\omega}) = -k\bar{\omega},$$

Такая ФЧХ будет соответствовать задержке выходного сигнала относительно входного на k шагов. Такая задержка называется *групповой задержкой* фильтра. В полосе подавления $|K(\bar{\omega})| \ll 1$, а значит в ряде точек при переходе через ноль $D(\bar{\omega})$ может менять знак. Каждая смена знака функцией $D(\bar{\omega})$ соответствует изменению фазы на π , поэтому в этом диапазоне ФЧХ будет линейна за исключением тех значений частоты, в которых АЧХ обращается в ноль. В этих точках наблюдаются скачки фазы на π . Возможный вид АЧХ, ФЧХ и функции $D(\bar{\omega})$ КИХ-фильтра нижних частот с симметричным выбором коэффициентов приведен на рис.4. Итак, мы определили, что при определенных условиях КИХ-фильтр может иметь ФЧХ, линейную в полосе пропускания и кусочно-линейную в полосе подавления. Нелинейность ФЧХ в полосе подавления не является существенной, так как в этом частотном диапазоне коэффициент передачи фильтра все равно близок к нулю и фазовые свойства больше не играют роли. Чтобы сформировать нужную АЧХ, коэффициенты b_i должны быть подобраны соответствующим образом. Задача подбора этих коэффициентов называется задачей синтеза КИХ-фильтра. В данной работе она не рассматривается.

Что касается БИХ-фильтров, то, как указывается в ряде учебников по обработке сигналов, их ФЧХ является нелинейной. На самом деле это не совсем так. Коэффициент передачи БИХ-фильтра имеет следующий вид:

$$K(\bar{\omega}) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i \exp(-ji\bar{\omega})}{1 - \sum_{i=1}^N a_i \exp(-ji\bar{\omega})}$$

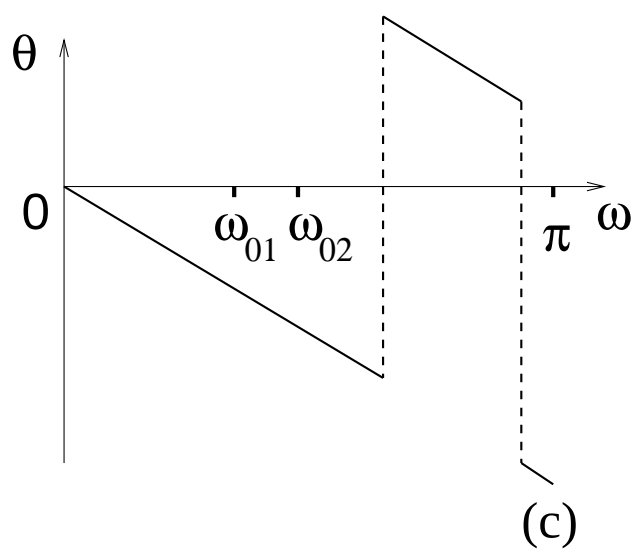
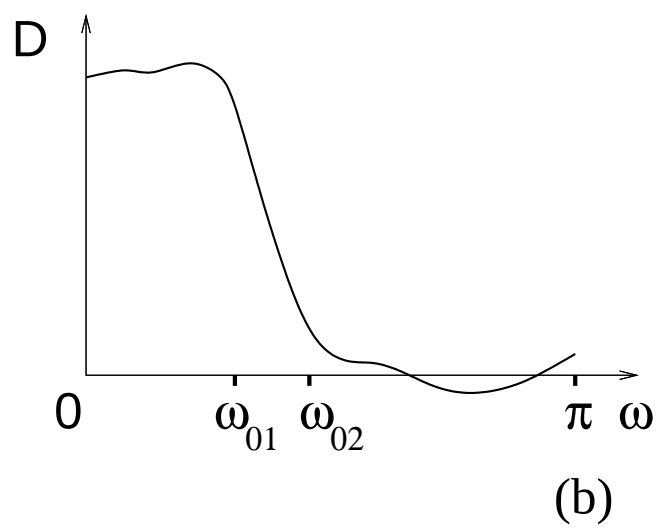
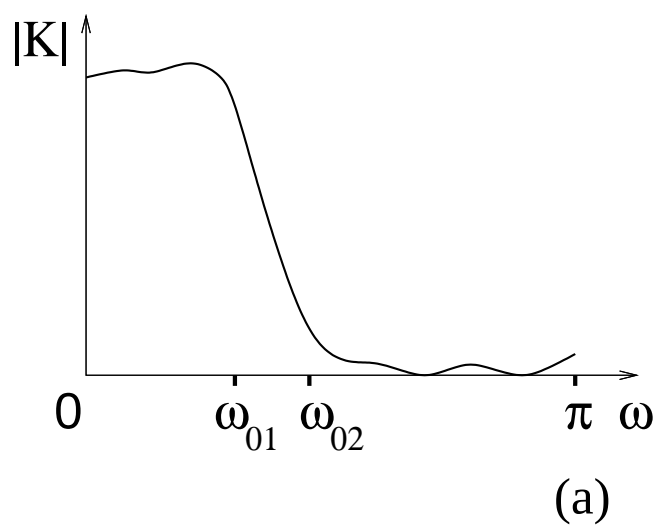


Рис. 4: Вид АЧХ (а), функции $D(\omega)$ (b) и ФЧХ для КИХ фильтра нижних частот с симметричным выбором коэффициентов

Выбирая M и N четными и проведя аналогичные выкладки можно вынести фазовые множители числителя и знаменателя и симметричным выбором коэффициентов сделать оставшуюся часть вещественной:

$$K(\bar{\omega}) = \frac{\exp(-jk\bar{\omega}) b_0 \cos(k\bar{\omega}) + b_1 \cos((k-1)\bar{\omega}) + \dots + b_{k-1} \cos(\bar{\omega}) + b_k/2}{\exp(-jl\bar{\omega}) \cos(k\bar{\omega}) - a_1 \cos((k-1)\bar{\omega}) - \dots - a_{l-1} \cos(\bar{\omega}) + a_l/2} = \\ = \exp(-j(k-l)\bar{\omega}) D(\bar{\omega}) \quad (20)$$

Однако, на практике фильтры с характеристикой (20) не используются в силу их громоздкости и отсутствия преимуществ по сравнению с КИХ-фильтрами. Используемые на практике БИХ-фильтры обладают нелинейной ФЧХ.

2 Практическая часть

В ходе экспериментальных исследований определяются характеристики фильтров (АЧХ, ФЧХ, импульсная характеристика), тип фильтра, выясняется к какому классу (КИХ или БИХ) он относится. Рассматривается прохождение регулярных и шумовых сигналов через фильтры.

2.1 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка представляет собой компьютерную программу, созданную в среде программирования LabView, которая позволяет моделировать регулярные и шумовые радиосигналы, проводить их фильтрацию при помощи выбранного цифрового фильтра, строить спектры мощности исходного и прошедшего через фильтр сигналов, отображать сами сигналы на осциллографе. Функциональная схема изображена на рис. 5 В установку входит генератор сигналов, позволяющий генерировать дискретные регулярные колебания различной формы:

- гармонический сигнал,
- периодическая последовательность прямоугольных импульсов,
- периодическая последовательность треугольных импульсов,
- периодическая последовательность пилообразных импульсов,
- единичный импульс $\delta(n)$;

а также белый шум с равномерным распределением и регулируемой интенсивностью; вспомогательный генератор гармонических колебаний с регулируемой амплитудой и начальной фазой, частота колебаний которого “привязана” к частоте основного генератора; исследуемый цифровой фильтр, осциллограф и анализатор спектра. Спектры обоих сигналов (исходного и прошедшего через фильтр) рассчитывается посредством алгоритма ДПФ и отображается на экране анализатора спектра. Форма сигналов отображается на экранах осциллографа.

На рис.6 приведена передняя панель установки. На ней располагаются:

1. **Основной генератор (Main Generator)** - который формирует четыре формы сигнала и добавляет к ним шумовой сигнал. Он содержит следующие элементы управления:

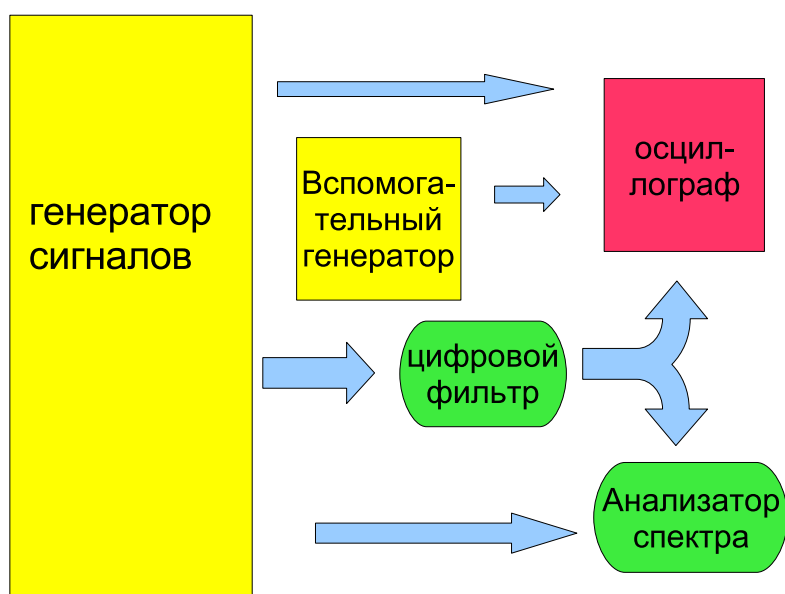


Рис. 5: Функциональная схема установки для исследования цифровых фильтров

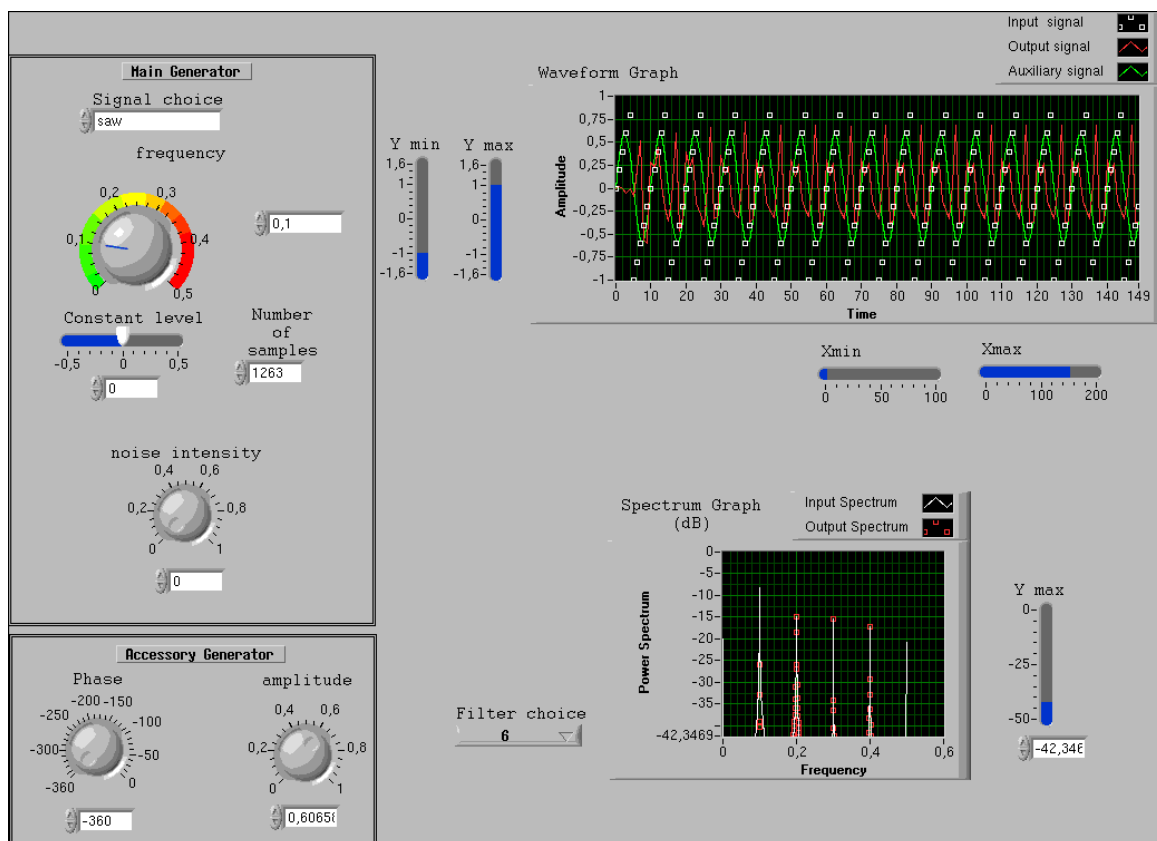


Рис. 6: Вид передней панели установки для исследования цифровых фильтров

- (a) **Signal choice** – переключатель формы выходного сигнала. Нажатием на кнопку форма сигнала изменяется в последовательности: импульс – синус – прямоугольник – треугольник – пилообразный сигнал.
 - (b) **Frequency** – регулятор нормированной частоты в диапазоне от 0 до 0.5.
 - (c) **Number of samples** – регулятор числа точек генерируемого сигнала (длительность генерируемой последовательности).
 - (d) **Constant level** – регулятор уровня постоянной составляющей сигнала.
 - (e) **Noise intensity** – регулятор интенсивности шумового сигнала.
2. **Вспомогательный генератор (Accessory generator)** - генерирует вспомогательный гармонический сигнал.
- (a) Ручка **Phase** - задает начальную фазу сигнала.
 - (b) Ручка **Amplitude** - задает амплитуду сигнала.
3. **Filter choice** - блок выбора исследуемого фильтра.
4. **Осциллограф** строит графики исходного сигнала, сигнала, прошедшего через фильтр, сигнала вспомогательного генератора.
5. **Анализатор спектра** строит спектры исходного и отфильтрованного сигналов.
6. **Осциллограф 3** строит форму мгновенной фазы. Все три осциллографа снабжены ручками регулировки масштабов по вертикали, блок курсоров, имеют единый регулятор масштаба по горизонтали.

2.2 Ход работы

1. Определение характеристик фильтра.
 - (a) Постройте импульсную характеристику выбранных фильтров. Для этого подайте на вход фильтра сигнал в виде одиночного δ -импульса (длительность сигнала должна быть достаточно большой). Выходной сигнал будет представлять собой импульсную характеристику. Определите к какому классу (КИХ или БИХ) относится выбранный фильтр. Для КИХ фильтра определите его порядок – максимальный интервал времени, на котором импульсная характеристика остается ненулевой, а также групповую задержку фильтра.
 - (b) Постройте АЧХ фильтра. Подайте на вход фильтра гармонический сигнал. Меняя частоту входного сигнала, измеряйте амплитуду выходного сигнала. Зависимость данной амплитуды от частоты и будет представлять собой искомую АЧХ (поскольку амплитуда входного сигнала равна единице). Для более точного определения амплитуды выходного сигнала используйте вспомогательный генератор: ручкой регулировки амплитуды подберите амплитуду сигнала вспомогательного генератора равной амплитуде выходного сигнала, тогда показание дисплея ручки регулировки амплитуды и будут представлять собой искомую амплитуду отфильтрованного сигнала.

- (с) Постройте ФЧХ фильтра. Подайте на вход фильтра гармонический сигнал. Меняя частоту входного сигнала, измеряйте начальную фазу выходного сигнала по отношению к фазе входного. Зависимость начальной фазы от частоты и будет представлять собой искомую ФЧХ (поскольку начальная фаза входного сигнала равна нулю). Для более точного определения начальной фазы выходного сигнала используйте вспомогательный генератор: ручкой регулировки фазы установите начальную фазу сигнала вспомогательного генератора равной фазе выходного сигнала, тогда показание дисплея ручки регулировки фазы и будут представлять собой искомую фазу отфильтрованного сигнала.
 - (d) Получите на анализаторе спектра амплитудный спектр импульсной характеристики и сопоставьте его с построенной АЧХ фильтра.
2. Исследование прохождения регулярных сигналов через цифровой фильтр. Проведите исследование прохождения сигналов разной формы через выбранный цифровой фильтр. Постройте несколько характерных осциллограмм и спектров мощности.
 3. Исследование прохождения шумового сигнала через цифровой фильтр. Проведите исследование прохождения шумового сигнала через разные цифровые фильтры. Для этого выберите в качестве входного сигнала сумму одиночного импульса и шума. Постройте несколько характерных осциллограмм и спектров мощности. Проиллюстрируйте сглаживающие свойства некоторых фильтров.