

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО» (САРАТОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

УДК 621.373

№ госрегистрации 01201064326

Инв.№

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Саратовского университета
профессор _____ Л.Ю. Коссович

« ____ » _____ 2011 г.

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

по государственному контракту от 06 сентября 2010 г. № 14.740.11.0074

В рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры
инновационной России» на 2009-2013 годы
по теме: НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ, ВОЗДЕЙСТВИЕ ФЛУКТУАЦИЙ,
МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ И СИНХРОНИЗАЦИЯ В СОСРЕДОТОЧЕННЫХ И
РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ РАДИОФИЗИКИ

(промежуточный, этап № 3)

Наименование этапа: «Стохастические бифуркации и транспорт заряженных частиц»

Руководитель НИР,
д-р физ.-мат. наук, проф.

_____ В. С. Анищенко
подпись, дата

Саратов 2011

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Профессор, д.ф.-м.н.	_____	Анищенко В.С. (разд. 1)
	подпись, дата	
Студент	_____	Боев Я.И. (разд. 1)
	подпись, дата	
Профессор, д.ф.-м.н.	_____	Четвериков А.П. (разд. 2)
	подпись, дата	
Профессор, д.ф.-м.н.	_____	Шабунин А.В. (разд. 3)
	подпись, дата	
Аспирант	_____	Слепнев А.В. (разд. 4)
	подпись, дата	
Профессор, д.ф.-м.н.	_____	Вадивасова Т.Е. (разд. 4)
	подпись, дата	
Зав. уч. лабораторией	_____	Маляев В.С. (разд. 4)
	подпись, дата	
Ассистент, к.ф.-м.н.	_____	Астахов С.В. (разд. 1)
	подпись, дата	
Студент	_____	Семенов В.В. (разд. 1)
	подпись, дата	
Доцент, к.ф.-м.н.	_____	Стрелкова Г.И. (разд. 1)
	подпись, дата	
Аспирант	_____	Феоктистов А.В. (разд. 1)
	подпись, дата	
Профессор, д.ф.-м.н.	_____	Павлов А.Н. (разд. 5)
	подпись, дата	

Ассистент, к.ф.-м.н.	_____	Павлова О.Н. (разд. 6)
	подпись, дата	
Доцент, к.б.н.	_____	Семячкина-Глушковская О.В. (разд. 5)
	подпись, дата	
Аспирант	_____	Хайрулин М.Е. (разд. 1)
	подпись, дата	
Доцент, к.б.н.	_____	Бердникова В.А. (разд. 6)
	подпись, дата	
Аспирант	_____	Назимов И.А. (разд. 5)
	подпись, дата	
Аспирант	_____	Анисимов А.А. (разд. 5)
	подпись, дата	
Нормоконтролер	_____	Дубовская Е.Н.
	подпись, дата	

РЕФЕРАТ

Отчет 73 с., 39 рис., 76 источников.

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС, СИНХРОНИЗАЦИЯ ХАОСА, ФЛУКТУАЦИИ, НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ, ХАОС И СТРУКТУРЫ

Объектом исследования являются фундаментальные научные проблемы современной радиофизики и нелинейной динамики. Цель работы - выявление закономерностей и свойств волновых и колебательных процессов в нелинейных системах и средах в присутствии внешних регулярных и шумовых воздействий. Разработка новых методов диагностики сложных сигналов и защиты информации

Анализ стохастических бифуркаций в нелинейных динамических системах с конечным числом степеней свободы. Выявление закономерностей вынужденной синхронизации ансамбля осцилляторов при распределенном характере воздействия. Разработка адиабатической теории транспорта заряженных частиц в нагреваемой решетке взаимосвязанных нелинейных осцилляторов. Исследование возникновения колебаний (бифуркация Андронова-Хопфа) в квазигармонической модели автоколебательной среды, находящейся под действием шума. Модернизация метода анализа нестационарных режимов колебаний на основе совместного использования концепций вейвлетов и эмпирических мод. Разработка метода защиты передаваемой информации с использованием хаотических сигналов и специальных способов детектирования.

СОДЕРЖАНИЕ

Обозначения и сокращения	7
ВВЕДЕНИЕ	8
1 Анализ стохастических бифуркаций в нелинейных динамических системах с конечным числом степеней свободы	9
1.1 Введение	9
1.2 Исследуемый осциллятор и модели шума	10
1.3 Накачка белым шумом.	11
1.4 Накачка низкочастотным шумом	14
1.5 Накачка гармоническим шумом	15
1.6 Выводы	18
2 Разработка адиабатической теории транспорта заряженных частиц в нагрываемой решетке взаимосвязанных нелинейных осцилляторов	19
2.1 Введение	19
2.2 Адиабатическая модель транспорта заряда в двумерной решетке	19
2.3 Влияние взаимодействия с решеткой на транспорт электрона	23
2.4 Выводы	24
3 Выявление закономерностей вынужденной синхронизации ансамбля осцилляторов при распределенном характере воздействия	25
3.1 Введение	25
3.2 Исследуемая система и исходные колебательные режимы	26
3.3 Переключение между мультистабильными состояниями	28
3.4 Синхронизация колебаний при би-фазном воздействии	32
3.5 Проектирование и создание экспериментального образца для контроллера фазовой мультистабильности	34
3.6 Выводы	37
4 Исследование возникновения колебаний (бифуркация Андронова-Хопфа) в квазигармонической модели автоколебательной среды, находящейся под действием шума	38
4.1 Введение	38
4.2 Исследуемая модель среды	39
4.3 Эволюция стационарного распределения в одиночном генераторе	40
4.4 Модель среды с пространственно-однородным шумом	42
4.5 Модель среды с пространственно-неоднородным шумом	44
4.6 Выводы	44

5	Модернизация метода анализа нестационарных режимов колебаний на основе совместного использования концепций вейвлетов и эмпирических мод	45
5.1	Введение	45
5.2	Проблема интерференций при проведении вейвлет-анализа	46
5.3	Модернизированный метод анализа нестационарных режимов колебаний . .	49
5.4	Выводы	51
6	Разработка метода защиты передаваемой информации с использованием хаотических сигналов и специальных способов детектирования	53
6.1	Введение	53
6.2	Теоретические основы предлагаемого метода защиты информации	54
6.3	Сравнительный анализ методов распознавания импульсных сигналов, передаваемых по каналу связи	57
6.4	Результаты тестирования предлагаемого метода защиты информации	63
6.5	Выводы	65
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	67
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	68

Обозначения и сокращения

ГИН - генератор с инерционной нелинейностью

НЧ - низкочастотный

ВЧ - высокочастотный

ФС - фазовая синхронизация

ЧС - частотная синхронизация

ФМ - фазовая мультистабильность

ФХН - ФитцХью-Нагумо

ВВЕДЕНИЕ

Данный научный отчет включает информацию о научных результатах, полученных сотрудниками научно-образовательного центра по нелинейной динамике и биофизике Саратовского государственного университета в период с 1.07.11 по 30.11.11 в ходе выполнения государственного контракта 14.740.11.0074 по программе Министерства образования и науки РФ «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009 – 2013 годы». Основной задачей является проведение фундаментальных исследований по нелинейной динамике и биофизике с целью выявления закономерностей и свойств волновых и колебательных процессов в нелинейных системах и средах в присутствии внешних регулярных и шумовых воздействий; разработка новых методов диагностики сложных сигналов и защиты информации. Выполнение НИР должно обеспечить закрепление в сфере науки и образования научных и научно-педагогических кадров в процессе подготовки студентов, аспирантов и докторантов в Саратовском университете. За отчетный период исследования проводились в соответствии с техническим заданием на второй этап 2011 года. Работы выполнялись в соответствии с календарным планом работ по контракту. Отчет включает краткую информацию об основных научных результатах, полученных исполнителями проекта на 3 этапе работы по теме «Стохастические бифуркации и транспорт заряженных частиц».

1 Анализ стохастических бифуркаций в нелинейных динамических системах с конечным числом степеней свободы

1.1 Введение

Случайные воздействия, во многих случаях, играют весьма существенную роль в поведении динамических систем [1–4]. Часто такие воздействия носят характер параметрического шума, т.е. представляют собой флуктуации управляющих параметров системы. Параметрический (по-другому мультипликативный) шум может оказывать более сильное влияние на динамический режим, чем аддитивный шум, добавляемый в систему в форме случайного слагаемого с постоянной интенсивностью. Простейшим примером может служить диссипативный осциллятор. В отсутствие воздействий он находится в состоянии равновесия, однако, случайная модуляция частоты благодаря непрерывной подкачке энергии при достаточной интенсивности шума приводит к возникновению незатухающих случайных колебаний [6–9]. Возникновение колебаний связано с бифуркацией состояния равновесия в начале координат, которое при определенном уровне шума становится неустойчивым. Согласно [3] данная бифуркация представляет собой стохастическую бифуркацию D-типа. По аналогии с детерминированными параметрическими системами будем называть их стохастическими параметрическими осцилляторами, а возникающие в них колебания – стохастическими параметрическими колебаниями.

Индукцированная шумом параметрическая неустойчивость достаточно хорошо известна, однако некоторые имеющиеся в литературе выводы противоречат друг другу. Так в [7] отмечается, что действие низкочастотной накачки как бы увеличивает собственные потери осциллятора и, таким образом, стабилизирует систему, в то время как высокочастотная накачка её дестабилизирует. Там же делается вывод, что белый шум вообще не влияет на устойчивость состояния равновесия, поскольку влияние высокочастотных и низкочастотных компонент сигнала взаимно уравнивается. Последний вывод противоречит некоторым другим, имеющимся в литературе результатам, например, приведенным в [6]. На наш взгляд, в литературе отсутствует достаточно последовательное сравнение эффекта параметрической неустойчивости, наблюдаемого для различных, по своим характеристикам, источников шума. Не достаточно исследован вопрос о характере стохастических параметрических колебаний в нелинейном осцилляторе и о том, как меняются свойства колебаний при фиксированном виде нелинейности и вариации шумового воздействия.

В рамках настоящего проекта нами были проведены исследования стохастической D-бифуркации и параметрических колебаний при шумовой накачке частоты нелинейного осциллятора. Был рассмотрен вопрос о том, как влияют статистические характеристики шума на порог возникновения колебаний. Исследовались свойства параметрических стохастических колебаний в нелинейном осцилляторе при выбранном виде нелинейности и различных типах сигнала шумовой модуляции.

1.2 Исследуемый осциллятор и модели шума

Мы исследовали осциллятор с нелинейным трением, аналогичный рассмотренному в [6]:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + x^3 + \omega_0^2[1 + K\xi(t)]x = 0. \quad (1)$$

Уравнения (1) записаны для безразмерной переменной x и безразмерного времени t . Случайный сигнал $\xi(t)$ модулирует параметр, управляющий собственной частотой системы, ω_0 – невозмущенная собственная частота (в проведенных исследованиях полагалось, что $\omega_0 = 1$), K задает глубину модуляции (интенсивность шумовой накачки), параметр γ определяет линейную диссипацию. В проведенных численных экспериментах фиксировались постоянными значения параметра диссипации $\gamma = 0.01$ и собственной частоты $\omega_0 = 1$. Параметр K и характеристики шума менялись.

При слабом шуме и сильной диссипации в системе (1) на плоскости переменных x , $y = \dot{x}$ существует устойчивая неподвижная точка в начале координат $(0, 0)$ и стохастические колебания отсутствуют. С ростом интенсивности шумовой накачки состояние равновесия становится неустойчивым, и возникают стохастические колебания. Для определения порога неустойчивости можно ограничиться рассмотрением линейного уравнения для малого возмущения $u(t)$ переменной x в окрестности нуля:

$$\ddot{u} + \gamma\dot{u} + \omega_0^2[1 + K\xi(t)]u = 0. \quad (2)$$

Мы будем определять порог параметрической неустойчивости на основании линеаризованной системы (2), используя характеристики экспоненциальной неустойчивости траекторий в (2). Таким образом, мы связываем порог параметрической неустойчивости со стохастической бифуркацией состояния равновесия D-типа [3].

Порог параметрической неустойчивости не зависит от конкретного вида нелинейности осциллятора (главное – наличие неподвижной точки в нуле координат), но может существенным образом зависеть от характера случайного сигнала $\xi(t)$. Что же касается свойств возникающих в результате шумовой параметрической накачки стохастических колебаний, то они определяются как характером шума, так и нелинейными свойствами осциллятора.

Нами использовались три модели случайного сигнала $\xi(t)$: белый гауссов шум, одномерный процесс Орнштейна – Уленбека; двумерный процесс Орнштейна – Уленбека. В случае белого шума полагалось $\xi(t) = \sqrt{2D}n(t)$, где $n(t)$ – нормированный гауссов белый шум ($\langle n(t) \rangle \equiv 0$; $\langle n(t)n(t+\tau) \rangle = \delta(\tau)$ – функция Дирака), D – константа, определяющая интенсивность шума $\xi(t)$.

Одномерный процесс Орнштейна-Уленбека задается уравнением

$$\dot{\xi}(t) + \alpha\xi(t) = \sqrt{2D}n(t), \quad (3)$$

где $n(t)$ – нормированный гауссов белый шум, $D = const$ – интенсивность шума, α –

коэффициент диссипации. Он представляет собой гауссов экспоненциально-коррелированный процесс со спектральной плотностью мощности в форме лоренциана:

$$G_{\xi}(\omega) = \frac{4\sigma_{\xi}^2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}, \quad \omega > 0.$$

Максимум спектральной плотности мощности располагается на нулевой частоте. Ширина спектра на уровне половинной мощности есть α (с учетом только неотрицательных частот), а дисперсия определяется как $\sigma_{\xi}^2 = D/\alpha$.

Двумерный процесс Орнштейна-Уленбека задается как

$$\ddot{\xi}(t) + \alpha\dot{\xi}(t) + \omega_1^2\xi(t) = \sqrt{2D}n(t). \quad (4)$$

Здесь также $n(t)$ – нормированный гауссов белый шум, $D = const$ – интенсивность шума, α – коэффициент диссипации. Кроме того имеется собственная частота ω_1 , определяющая положение спектрального максимума. При малых потерях ($\alpha \ll 1$) процесс $\xi(t)$ представляет собой гармонический гауссов шум с экспоненциально-спадающей огибающей автокорреляционной функции и спектром, имеющим форму лоренциана с максимумом на частоте ω_1 :

$$G_{\xi}(\omega) = \frac{\sigma_{\xi}^2\alpha}{\alpha^2 + (\omega - \omega_1)^2}, \quad \omega > 0.$$

Ширина спектра на уровне половинной мощности есть α , а дисперсия задается выражением $\sigma_{\xi}^2 = D/(\alpha\omega_1^2)$.

1.3 Накачка белым шумом.

Рассмотрим случай $\xi(t) = \sqrt{2D}n(t)$, $K = 1$, где $n(t)$ – нормированный гауссов белый шум. При фиксированном параметре γ с ростом интенсивности шума D в происходит бифуркация, в результате которой равновесие в начале координат ($x = 0$, $y = 0$) теряет устойчивость и возникают стохастические колебания. Уравнения (1) и (2) интегрировались численно с учетом параметрического белого шума. Численно рассчитывался старший ляпуновский показатель λ_1 . Старший показатель λ_1 для произвольной траектории в пределах точности вычислений совпадает с показателем точки равновесия до тех пор, пока та устойчива. Затем для (1) показатель произвольной траектории становится отрицательным. При другом виде нелинейности показатель λ_1 произвольной траектории может оказаться положительным и стохастические траектории, соответственно, экспоненциально неустойчивыми (как, например, в одноявном осцилляторе Дуффинга [10]).

Бифуркационное значение D может быть оценено теоретически с помощью укороченных уравнений для амплитуды и фазы осциллятора. В случае гауссова белого шума для линеаризованного осциллятора (2) стандартными методами усреднения и преобразования шума [1] можно получить следующие СДУ для мгновенной амплитуды и флуктуационной

компоненты фазы колебаний:

$$\dot{a} = \frac{a}{2} \left(-\gamma + \frac{D}{2} + \sqrt{D} n_1(t) \right), \quad \dot{\varphi} = \frac{\sqrt{D}}{2} n_2(t), \quad (5)$$

где преобразованные источники шума $n_1(t)$ и $n_2(t)$ можно, в некотором приближении, считать независимыми белыми гауссовыми источниками ($\langle n_{1,2} \rangle \equiv 0$, $\langle n_1(t)n_2(t+\tau) \rangle = \delta_{1,2}\delta(\tau)$, $\delta(\tau)$ – функция Дирака, $\delta_{1,2}$ – символ Кронеккера). Из уравнения для амплитуды легко видеть, что решение $a = 0$ устойчиво при $D < 2\gamma$ и неустойчиво при $D > 2\gamma$. Значение $D = 2\gamma$ является бифуркационным. Для $\gamma = 0.01$, при котором проводились численные расчеты, бифуркационное значение есть $D = 0.02$, что хорошо соответствует результатам численных расчетов.

Примеры фазового портрета и спектра параметрических стохастических колебаний в осцилляторе (1) при накачке белым шумом приведены на рис.1. Фазовые траектории заполняют область фазовой плоскости в окрестности нуля координат, хотя возможны и значительные отклонения от нуля, так как стохастические колебания при воздействии гауссова шума неограниченны (рис.1а). Спектр колебаний стохастического параметрического осциллятора (рис.1б) имеет максимум на частоте ω_0 . Он является сравнительно узким и по форме близок к лоренциану. На множестве стохастических траекторий зада-

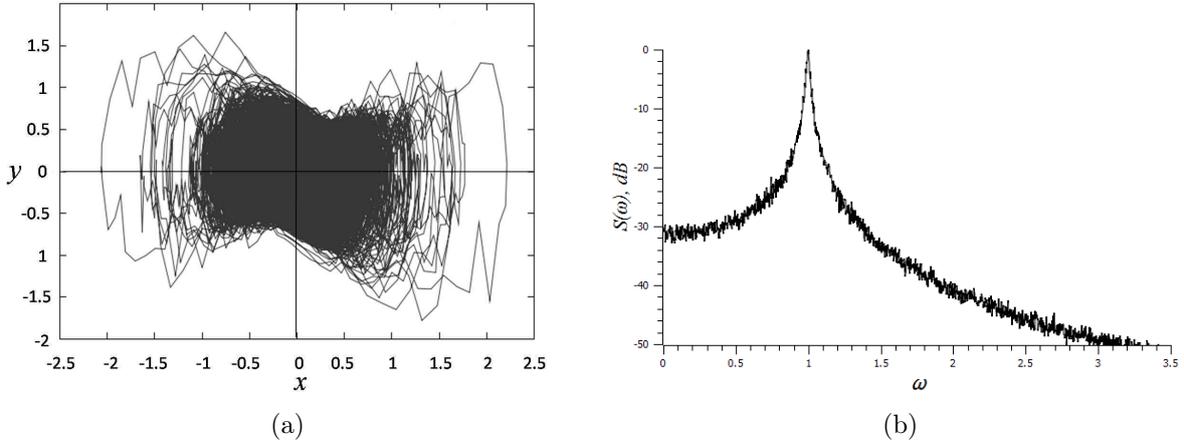


Рисунок 1: Характеристики параметрических стохастических колебаний в осцилляторе (1) при накачке белым шумом: (а) – фазовый портрет; (б) – нормированный спектр мощности колебаний $x(t)$. Интенсивность шума $D = 0.03$ ($K = 1$). Нормированный спектр $S(\omega)$ вводится следующим образом: $S(\omega) = 10 \lg \left(\frac{G(\omega)}{G_{max}} \right)$, где G_{max} – максимальное значение спектральной плотности мощности

на стационарная плотность вероятности $p(x, y)$. Аналитическое выражение для плотности вероятности можно найти, используя укороченные уравнения (5). С учетом статистической независимости амплитуды и фазы и определяя коэффициенты сноса и диффузии на основании вида стохастических уравнений можно записать отдельно уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова для амплитуды и для фазы. Найдя их стационарное решение и перейдя в декартову систему координат получаем следующее выражение для стационарной

плотности вероятности:

$$p(x, y) = C(x^2 + y^2)^{-\frac{2\gamma}{D}} e^{-\frac{3(x^2 + y^2)}{2D}}, \quad (6)$$

где константа C определяется из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dx dy = 1.$$

График функции $p(x, y)$ при фиксированном $y = 0$, полученный для $D = 0.03$, представлен на рис.2 (значения плотности вероятности на рисунке ограничены). Поверхность, задаваемая выражением (6), обладает симметрией относительно поворота на произвольный угол. Это является следствием квазигармонического приближения. Реально, при больших отклонениях от начала координат симметрия может нарушаться. В силу достаточной сложности расчетов совместной плотности вероятности $p(x, y)$ двух переменных в численных экспериментах рассчитывались плотности вероятности $p(x)$ и $p(y)$. Качественно их вид аналогичен графикам $p(x, 0)$, приведенным на рис.2. Таким образом, и аналитические и численные результаты показывают, что плотность вероятности бесконечно возрастает с приближением к началу координат.

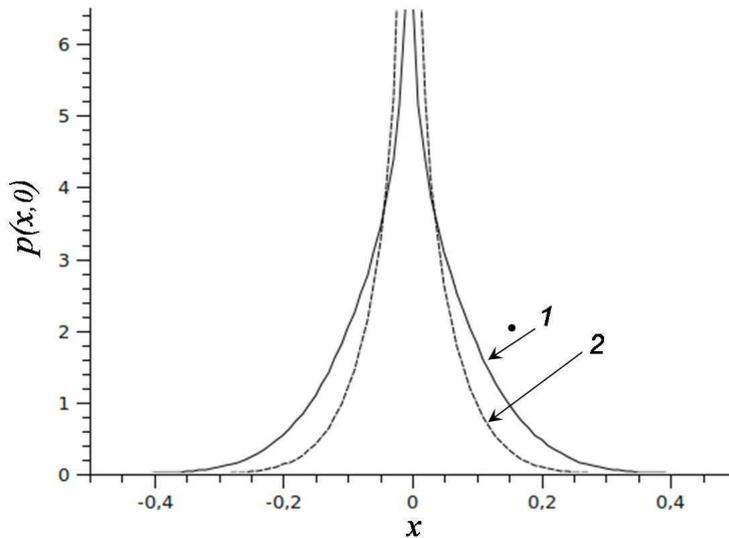


Рисунок 2: Графики плотности вероятности $p(x, 0)$, рассчитанной по формуле (6) при $y = 0$ для $D = 0.03$ (кривая 1) и $D = 0.05$ (кривая 2)

Множество стохастических траекторий с заданным стационарным распределением вероятности можно понимать, как стохастический аттрактор, хотя существуют и другие подходы к определению аттрактора ДС с шумом [3, 10].

1.4 Накачка низкочастотным шумом

Проведенные нами исследования показали, что накачка белым шумом приводит к возникновению параметрической неустойчивости и стохастических колебаний. Исследуем теперь случай накачки низкочастотным шумом, используя модель (3). Будем рассматривать шумовой сигнал $\xi(t)$ с единичной дисперсией (полагая $D = \alpha$) и менять параметр модуляции K и ширину спектра воздействия, определяемую параметром α . На рис.3 приведена граница параметрической неустойчивости на плоскости параметров K , α , полученная с помощью вычисления старшего ляпуновского показателя точки равновесия. В затонированной области осциллятор совершает стохастические колебания. Ниже имеет место устойчивая точка равновесия. Можно отметить, что пороговое значение K относительно слабо меняется в пределах исследованного интервала значений α , слегка убывая с увеличением ширины спектра шума.

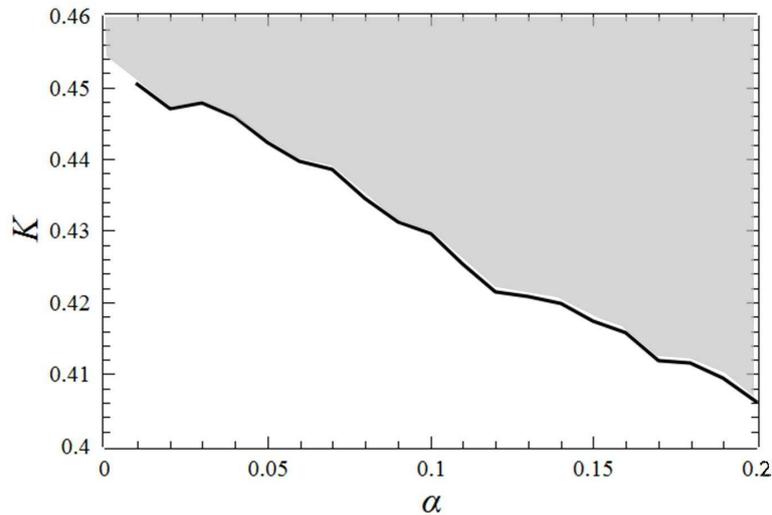


Рисунок 3: Граница параметрической неустойчивости осциллятора с низкочастотной шумовой накачкой (3) на плоскости параметров K , α . Дисперсия шума $\xi(t)$ фиксировалась равной единице. Затонированная область соответствует стохастическим колебаниям, белая область – устойчивой точке равновесия

Рассмотрим основные характеристики стохастических колебаний нелинейного осциллятора (1), вызванных низкочастотной шумовой накачкой (3). Расчет старшего ляпуновского показателя для произвольной стохастической траектории, также как и в случае белого шума, показывает устойчивость стохастических траекторий по Ляпунову во всей исследованной области стохастических колебаний. Типичный вид фазового портрета и спектра колебаний приведен на рис.4а,б. Характерной чертой колебаний в случае малых значений α (узкополосный шум) являются сравнительно частые значительные отклонения фазовой траектории от точки равновесия $(0, 0)$ вдоль координатной оси $0x$. Это хорошо заметно на фазовом портрете (рис.4а). Спектр колебаний $x(t)$ сосредоточен в низкочастотной области и практически повторяет спектр шумовой накачки (рис.4б). Спектральный максимум на собственной частоте осциллятора $\omega_0 = 1$ отсутствует. Таким образом, колебания скорее носят характер вынужденных, чем параметрических колебаний.

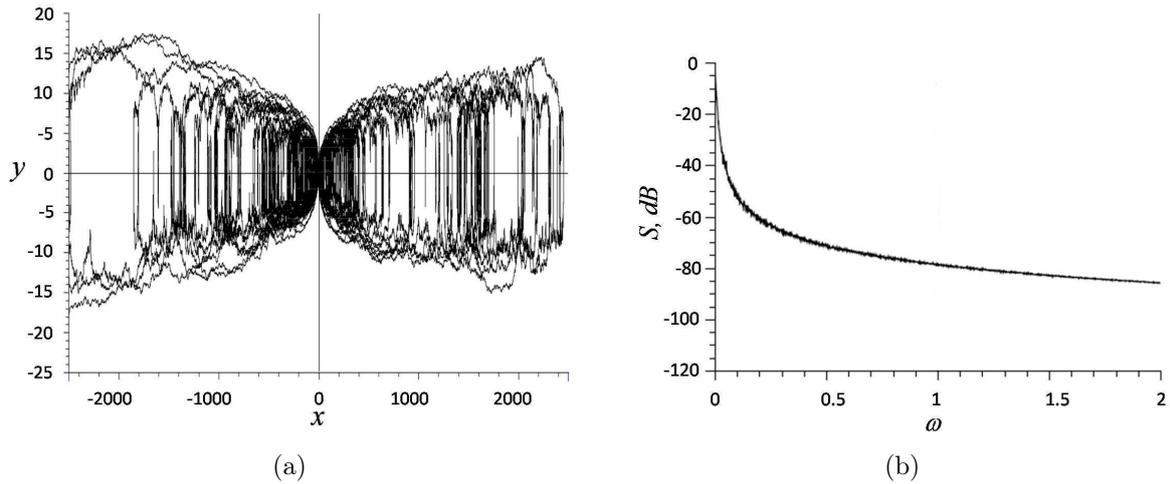


Рисунок 4: Характеристики параметрических стохастических колебаний в осцилляторе (1) при накачке низкочастотным шумом (3): (a) – фазовый портрет; (b) – нормированный спектр мощности колебаний $x(t)$. Параметры шума выбирались как $\alpha = D = 0.01$, $K = 1$

1.5 Накачка гармоническим шумом

Случайный процесс (4) при условии $\alpha \ll \omega_1$ является узкополосным и может служить моделью гармонического гауссова шума. Как уже отмечалось, спектр шума имеет максимум на частоте ω_1 , а ширина спектральной линии на уровне половинной мощности равна параметру α . Гармонический шум по своим спектральным характеристикам близок к детерминированному гармоническому сигналу и, поэтому эффект параметрической неустойчивости при соответствующем выборе характерной частоты шумового сигнала ω_1 может быть особенно заметен.

С помощью вычисления старшего ляпуновского показателя точки равновесия была рассчитана граница параметрической неустойчивости на плоскости параметров K , ω_1 при фиксированном значении ширины спектральной линии ($\alpha = 0.01$) и дисперсии шума $\sigma_\xi^2 = 1$ (соответственно, $D = \alpha\omega_1^2$). Результат представлен на рис.5.

Затонированная область на рис.5 соответствует стохастическим колебаниям. Можно выделить два участка границы неустойчивости, имеющих форму языков (клювы Матье) при накачке на второй гармонике ($\omega_1 = 2\omega_0 = 2$) и на основной частоте ($\omega_1 \approx 2\omega_0 = 2$). Наименьший порог неустойчивости, как и при гармонической накачке, будет при выполнении условия $\omega_1 = 2\omega_0$. Можно предположить, что с уменьшением α можно обнаружить клювы и для накачки на субгармониках собственной частоты: $\omega_1 \approx \omega_0/m$, $m = 2, 3, 4, \dots$. Однако при выбранном значении α они не проявляются. При увеличении α обнаруженные клювы становятся менее заметными и постепенно сглаживаются. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с результатами, полученными в [8] на основе анализа устойчивости линейных уравнений для моментов возмущения второго порядка.

В области низких частот воздействия ($\omega_1 < 0.1$) процесс (4) уже нельзя считать гармоническим шумом, так как ширина спектра становится сравнима с характерной частотой ω_1 или даже превосходит ее. При малых ω_1 граница параметрической неустойчивости,

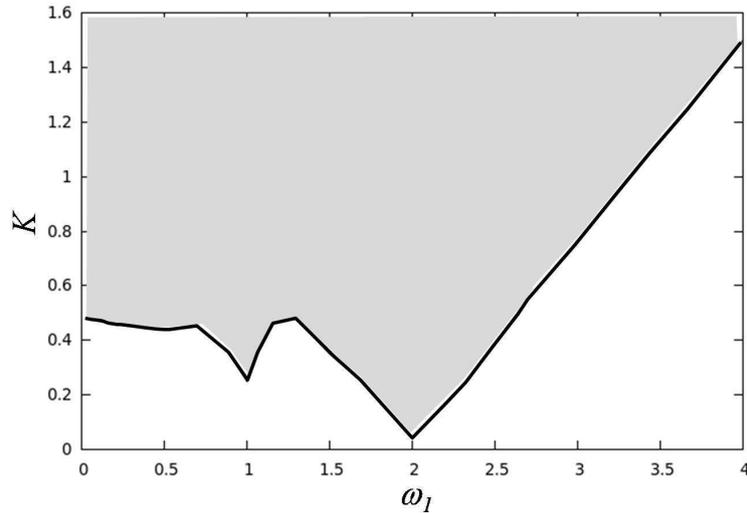


Рисунок 5: Граница параметрической неустойчивости осциллятора на плоскости параметров K , ω_1 при накачке гармоническим шумом (4) с шириной спектра $\alpha = 0.01$ и единичной дисперсией. Затонированная область соответствует стохастическим колебаниям, белая область – устойчивой точке равновесия

отмеченная на рис.5, близка к значениям, полученным для низкочастотного шума (3).

Рассмотрим, что собой представляют стохастические колебания нелинейного осциллятора (1), возникающие при накачке шумом (4) с различной характерной частотой ω_1 . На рис.6 приведены фазовые портреты и реализации колебаний $x(t)$ типичные при воздействии шума на сравнительно низкой частоте $\omega_1 = 0.1$ (рис.6а,б) и на второй гармонике собственной частоты: $\omega_1 = 2$ (рис.6в,г). При низкой характерной частоте шума (4), когда $\omega_1 \ll \omega_0$, поведение фазовых траекторий (и вид колебаний) качественно подобно наблюдаемому при воздействии шума (3). Траектория уходит далеко от точки равновесия (рис.6а), а реализация $x(t)$, кроме малых осцилляций (они не заметны в масштабе рис.6б)) демонстрирует резкие всплески. При $\omega_1 = 2$ уходы траектории на далекое расстояние от точки $(0, 0)$ маловероятны и в численном эксперименте не наблюдаются (рис.6в), а реализация колебаний выглядит как реализация гармонического шума (рис.6г). Для всех исследованных случаев накачки шумом (4) траектории стохастических колебаний в нелинейном осцилляторе (1) экспоненциально устойчивы.

Вид спектра стохастических колебаний в нелинейном осцилляторе (1) качественным образом зависит от характерной частоты шума ω_1 . Примеры спектров, полученных при различных ω_1 , даны на рис.7. При накачке гармоническим шумом на первой и второй гармониках собственной частоты в спектре можно видеть пики на частоте ω_0 и ее нечетных гармониках (например, кривая 2 на рис.(рис.7). Для субгармоник собственной частоты этот пик также может быть заметен, однако с уменьшением ω_1 он исчезает и спектр становится подобен спектру колебаний при накачке низкочастотным шумом (3) (кривая 1 на рис.(рис.7). При накачке на гармониках собственной частоты вид спектра усложняется. Кроме пика на частоте ω_0 и ее гармониках появляются и другие спектральные максимумы (кривая 3 на рис.7).

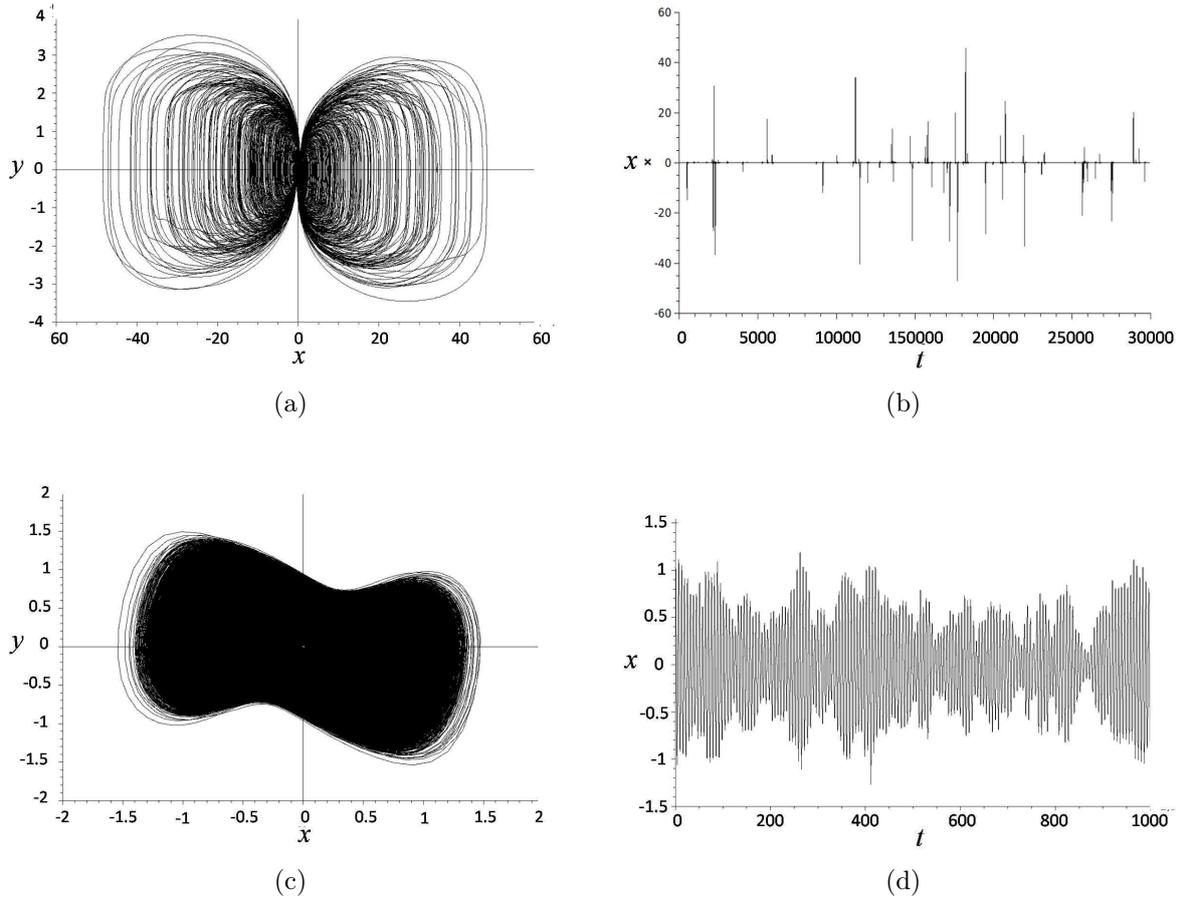


Рисунок 6: Характеристики параметрических стохастических колебаний в осцилляторе (1) при накачке низкочастотным шумом (4): (a), (b) – фазовый портрет и форма колебаний $x(t)$ при характерной частоте шума $\omega_1 = 0.1$; (c), (d) – то же при $\omega_1 = 2$. Другие параметры шума: $\alpha = 0.05$; $\sigma_\xi^2 = 1$; $K = 1$

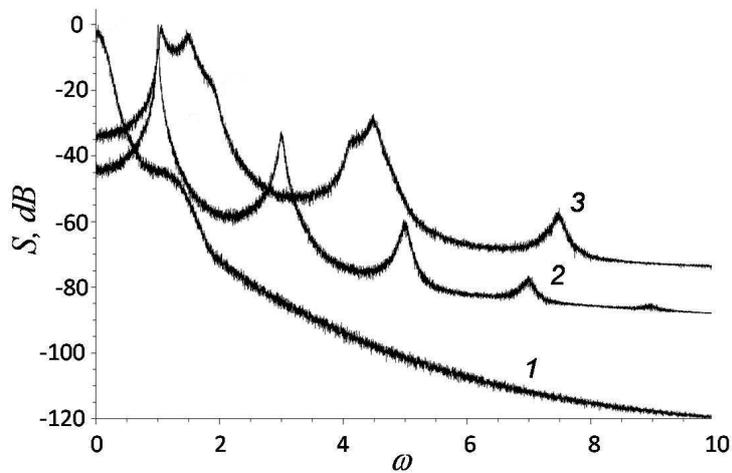


Рисунок 7: Нормированные спектры колебаний $x(t)$ в нелинейном осцилляторе (1) при накачке шумом (4) с различными значениями характерной частоты ω_1 : $\omega_1 = 0.1$ (кривая 1); $\omega_1 = 2$ (кривая 2); $\omega_1 = 3$ (кривая 3). Другие параметры шума: $\alpha = 0.05$; $\sigma_\xi^2 = 1$; $K = 1$

Численные расчеты показывают, что вероятностные распределения в случае стохастических колебаний, вызванных низкочастотным шумом (3) и цветным шумом (4) с низкой характерной частотой ω_1 сходны между собой и имеют тот же характер, что и распределение (6), полученное для белого шума. Распределение, соответствующее воздействию гармонического шума с частотой $\omega_1 = 1$ или $\omega_1 = 2$ имеет другой характер. Оно значительно шире и в нуле координат плотность вероятности конечна. В качестве примера на рис.8 приведены графики распределений $p(x)$, построенные численно для случаев воздействия низкочастотным шумом (3) (кривая 1) и гармоническим шумом (4) с $\omega_1 = 1$ (кривая 2).

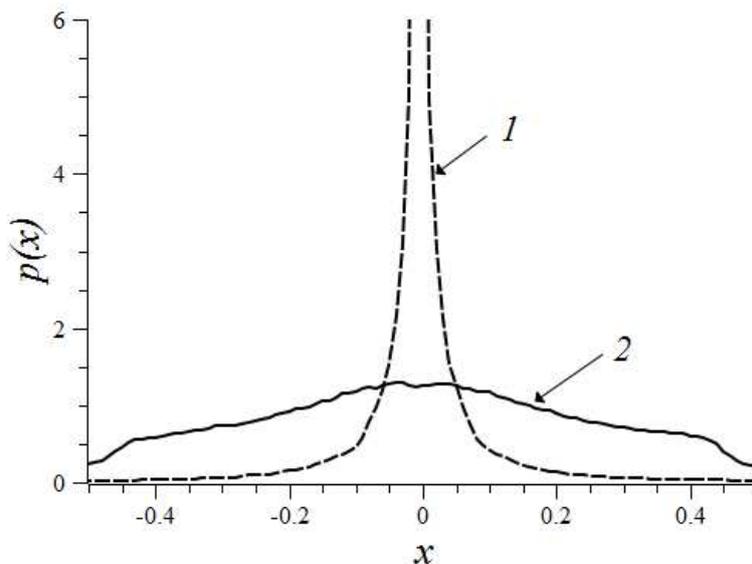


Рисунок 8: Графики плотности вероятности $p(x)$, рассчитанные численно для случаев воздействия низкочастотным шумом (3) (кривая 1) и гармоническим шумом (4) при $\omega_1 = \omega_0$ (кривая 2). В обоих случаях дисперсия шума равна единице, $\alpha = 0.01$, $K = 1$

1.6 Выводы

Проведенные исследования показывают, что различные по своим характеристикам случайные сигналы, модулирующие собственную частоту осциллятора, при определенной амплитуде модуляции приводят к неустойчивости состояния равновесия и возникновению стохастических колебаний. Порог неустойчивости связан со стохастической D-бифуркацией точки равновесия и может быть определен на основании линейного приближения. Вызванные параметрическим шумом стохастические колебания могут рассматриваться как особый класс стохастических колебаний - параметрические стохастические колебания. Характеристики параметрических стохастических колебаний существенным образом зависят от характеристик случайного модулирующего сигнала. Прежде всего, можно указать на различия в спектрах стохастических колебаний. В случае модуляции белым шумом в спектре колебаний выделяется линия с максимумом на собственной частоте осциллятора. При модуляции цветным шумом, с базовой частотой, равной собственной частоте осциллятора или ее второй гармонике, в спектре колебаний также наблюдается до-

статочно узкая линия на собственной частоте и кроме того линии на гармониках. При низкочастотном воздействии спектр колебаний также сосредоточен в области низких частот, а максимум на собственной частоте отсутствует. Высокочастотное воздействие приводит к более сложной форме спектра. Максимум на собственной частоте имеется, но становится менее выраженным. Различаются также и форма колебаний, поведение фазовых траекторий и вид вероятностного распределения. Таким образом, проведенные исследования показывают возможность управления характеристиками стохастических параметрических колебаний путем изменения статистических свойств случайного сигнала накачки.

2 Разработка адиабатической теории транспорта заряженных частиц в нагреваемой решетке взаимосвязанных нелинейных осцилляторов

2.1 Введение

В рамках работ по предыдущему этапу настоящего проекта было показано, что в двумерных нелинейных решетках потенциально взаимодействующих молекулярных частиц могут возбуждаться локализованные солитонно-подобные волны за счет термической энергии нагреваемой решетки. Такой эффект имеет место в ограниченном диапазоне температуры, расположенном ниже температуры “плавления” решетки, т.е., как можно полагать, физически реализуемом. К тому же было найдено, что длина пробега термических солитонов составляет $(2-10)\sigma$, где σ - постоянная решетки, т.е. среднее (равновесное) расстояние между частицами решетки. Это позволяет предполагать, что термические солитоны в двумерных решетках могут рассматриваться как эффективные носители заряженных частиц (при условии, что частицы решетки также являются заряженными (поляризованными) за счет тех или иных эффектов). Исследование явлений переноса в нелинейных решетках (даже одномерных, не говоря о двумерных) является нетривиальной задачей и может рассматриваться в рамках моделей различного уровня сложности. Поскольку результаты анализа транспорта частиц в двумерных решетках за счет солитонного механизма практически неизвестны, в настоящем проекте было проведено его исследование сначала в рамках относительно простой адиабатической модели переноса.

2.2 Адиабатическая модель транспорта заряда в двумерной решетке

Поскольку динамика электрона гораздо более быстрая, чем динамика массивных частиц решетки, то можно полагать, что плотность распределения электронов (функция распределения плотности вероятности обнаружить электрон в данной точке пространства в данный момент времени) $p(x, y, t)$ будет определяться распределением электрического потенциала (профилем потенциала) $U(x, y, t)$ в этот момент времени, который формирует-

ся, в свою очередь, распределением плотности частиц решетки $\rho(x, y, t)$ в этот же момент времени. В рамках адиабатической теории функция распределения плотности распределения $p(x, y, t)$ при заданной ненулевой температуре T определяется формулой Больцмана

$$p(x, y, t) = p_0 e^{-\frac{U(x, y, t)}{k_B T}}, \quad (7)$$

где величина p_0 выбирается из условия нормировки

$$\int p(x, y, t) dx dy = 1, \quad (8)$$

причем интегрирования проводится по всей области определения координат x, y . Здесь k_B - постоянная Больцмана. Таким образом, адиабатическая теория применима, строго говоря, для исследования "нагретых" решеток, хотя, отметим, что при низкой температуре динамика "нагретой" и "холодной" отличаются слабо. Поэтому адиабатическую теорию можно применять и для анализа распределений электронов, обусловленных динамикой термических возбуждений, в частности, термических солитонов, так и для исследования транспорта электрона, захваченного возбужденным каким-либо в слабонагретой решетке солитоном. В настоящей работе основное внимание уделялось анализу электронных распределений в нагретой решетке, в частности, их деформации с увеличением температуры

Чтобы провести такой анализ, необходимо сначала "нагреть" решетку. В компьютерном эксперименте это выполняется посредством численного решения уравнения Ланжевена, по методике, описанной в отчетах по предыдущим этапам выполнения данного проекта. Имея данные о координатах всех N частиц (точечных масс в рассматриваемой модели) в решетке с периодическими граничными условиями в данный момент времени, можно рассчитать функцию распределения плотности частиц по формуле

$$\rho(Z, t) = \sum_{n, |Z-Z_n| < 1.5\sigma} e^{-\frac{|Z-Z_n(t)|^2}{2\lambda^2}}, \quad (9)$$

полагая, что каждая частица на самом деле не является точечной, а занимает в пространстве (в данном случае - на плоскости) некоторый объем, причем плотность распределения массы в этом объеме уменьшается с удалением от центра частицы. Здесь σ - постоянная решетки (среднее равновесное расстояние между частицами решетки, которая в дальнейшем полагается решеткой с треугольной симметрией, если не оговаривается другой тип решетки). В простейшем случае распределение массы может описано функцией Гаусса, как это приведено выше. Параметр λ определяет размер области локализации частицы и выбирается таким образом, что в невозмущенном состоянии распределение плотности вблизи каждой частицы выглядело бы так, как если эта частица была единственной в пространстве. На основании информации о координатах частиц строится также распределение электростатического потенциала, который частицы решетки, предполагаемые заряженными, создают для частиц противоположного знака - в простейшем случае электронов. Потенциал электростатического взаимодействия в решетке (ансамбле взаимодействующих

частиц со сложной структурой) обычно существенно отличается от Кулоновского потенциала заряда в свободном пространстве благодаря эффектам взаимодействия, поляризации и т.п. В частности, типичным является использование псевдокулоновского потенциала с ограничением силы взаимодействия при сближении частиц и ограниченным радиусом взаимодействия:

$$U(Z, t) = -U_e \sum_{n, |Z-Z_n| < r_0} \left[\frac{h^4}{(|Z - Z_n(t)|^2 + h^2)^2} - \frac{h^4}{(r_0^2 + h^2)^2} \right], \quad (10)$$

Рассмотрим теперь результаты моделирования треугольной решетки, состоящей из 400 частиц, связанных потенциальными силами Морзе, причем размеры решетки $20 \times 20(\sqrt{3}/2)$

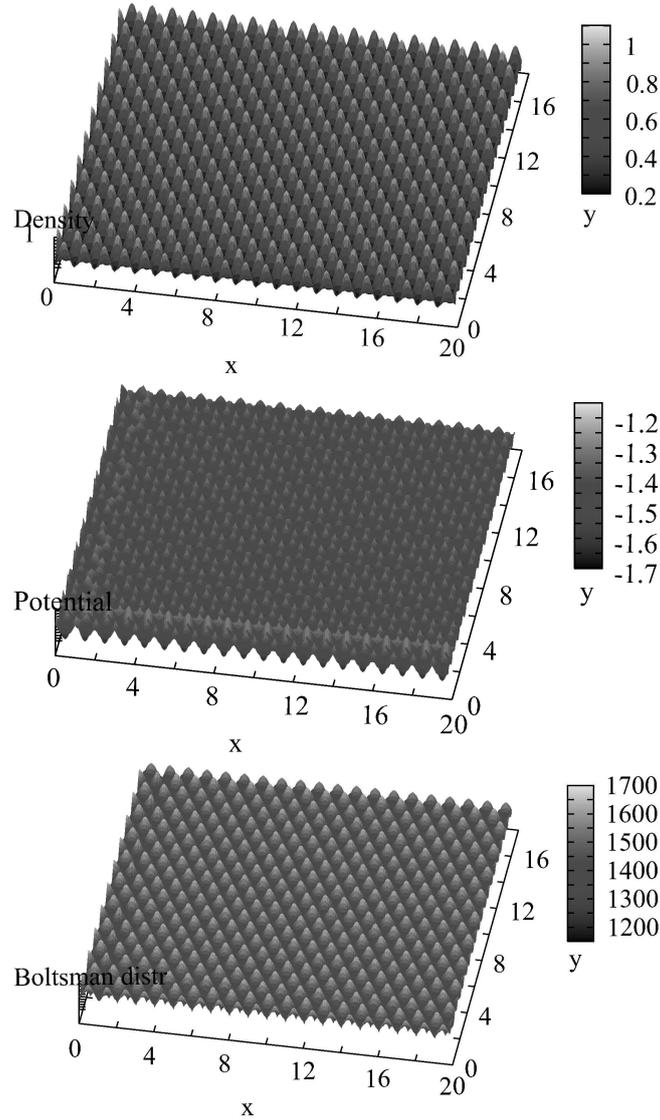


Рисунок 9: Распределения (сверху вниз) плотности частиц, электростатического потенциала и плотности электронов при низкой температуре $T = 0.0001$. $N = 400, b\sigma = 5, h/\sigma = 0.7, r_0 = 1.5\sigma$

На рисунке 9 представлены все три описанных выше распределения при низкой температуре $T = 0.001$. (Температура измеряется в единицах $2D$, где D глубина потенциальной

ямы потенциала Морзе (потенциала взаимодействия между частицами)). Видно, что в этом случае частицы могут только слабо отклоняться от положений равновесия, так что распределение электростатического потенциала представляется набором изолированных ямок, в которых может локализоваться электрон. Однако перемещение электрона из одной ямы в другую может происходить только за счет таких механизмов как туннельный эффект, с длительными характерными временами, поэтому транспорт электрона в этом случае затруднен.

Аналогичные распределения плотности электронов приведены на рисунке 10 для двух значений температуры, $T = 0.5$ и $T = 2$. Первое значение соответствует режиму, в котором нелинейность потенциала проявляется таким образом, что возбуждения в решетке имеют вид солитонов с достаточно большой длиной пробега, а при $T = 2$ решетка уже очень сильно деформирована, поэтому возбуждения решетки перестают демонстрировать свойства коллективных возбуждений. Поэтому в первом случае можно предполагать транспорт электронов в среднем вдоль кристаллографических осей решетки, а во втором проводимость возможна за счет эффекта типа перколяции, поскольку отдельные ямы в распределении электростатического потенциала теперь объединяются ущельями. Поэтому волновая функция электрона теперь получает возможность "течь" из одного потенциального "озера" в другое, обеспечивая электронный транспорт.

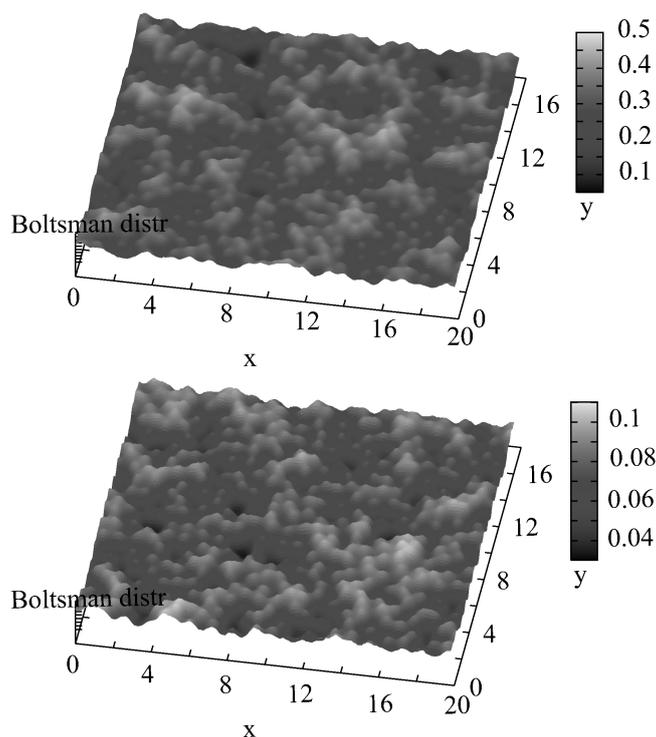


Рисунок 10: Распределение плотности электронов при температуре $T = 0.5$ и $T = 2$.
 $N = 400, b\sigma = 5, h/\sigma = 0.7, \rho_0 = 1.5\sigma$

2.3 Влияние взаимодействия с решеткой на транспорт электрона

В рассмотренной выше модели взаимодействие электрона с решеткой учитывалось самым простым способом - плотность распределения вероятности обнаружить электрон в заданной точке пространства определялась просто распределением электростатического потенциала, т.е. подразумевалось, что электрон просто захватывается в потенциальные минимумы. Реальная динамика взаимодействия, конечно, более сложная. Поэтому следующим шагом в ее исследовании является использование теории, основанной на уравнении Паули. Напомним, уравнение Паули используется вместо уравнения Шредингера в тех случаях, когда требуется определить наиболее вероятное (в среднем) поведение квантовой частицы. Уравнение Паули оперирует не волновой функцией частицы, а квадратом ее амплитуды, т.е. плотностью вероятности. Оно может быть получено из уравнения Шредингера усреднением по фазе волновой функции и введением правил перехода частицы с одного энергетического уровня на другой, заключающихся в том, что коэффициент перехода полагается равным 1 (в относительных единицах), если частица переходит на более низкий энергетический уровень или, по крайней мере, на такой же уровень, и он экспоненциально уменьшается, если частица пытается достичь более высокого энергетического уровня. Таким образом, при переходе с уровня E_n на уровень E_m коэффициент перехода $K_{n,m}$ может быть определен следующим образом

$$K_{n,m} = 1, \text{ если } E_n > E_m \text{ или } E_n = E_m, \quad (11)$$

$$K_{n,m} = e^{-\frac{|E_n - E_m|}{k_b T}}, \text{ если } E_n < E_m \quad (12)$$

На рисунке 11 приведены картины эволюции функции распределения вероятности $w(x, y)$ (специально используем другое обозначение $w(x, y)$ вместо $p(x, y)$, чтобы различать результаты, полученные в рамках разных моделей, т.е. с разной степенью точности) первоначально локализованного в середине решетки электрона при очень низкой температуре $T = 0.01$. Нетрудно видеть, что с течением времени функция распределения делокализуется и достигает состояния, соответствующего равномерному распределению вероятности на решетке ($w_n = 1/N$), т.е. основному состоянию невозмущенной (практически невозмущенной при низкой температуре) решетки.

На рисунке 12 показаны распределения в решетке функции вероятности первоначально локализованного в середине решетки электрона через один и тот же интервал времени для решеток с разной температурой. Из картин распределения следует, что примерно до значения температуры $T = 0.5$ тепловые возмущения решетки слабо влияют на процесс эволюции функции вероятности к основному состоянию холодной решетки (лишь характерное время эволюции растет с температурой). Однако при достижении температурой значения, при котором становится принципиальным нелинейный характер взаимодействия частиц решетки, функция распределения уже не достигает основного состояния холодной решетки, а все время эволюционирует во времени, следуя распределению потенциала, создаваемого частицами решетки.

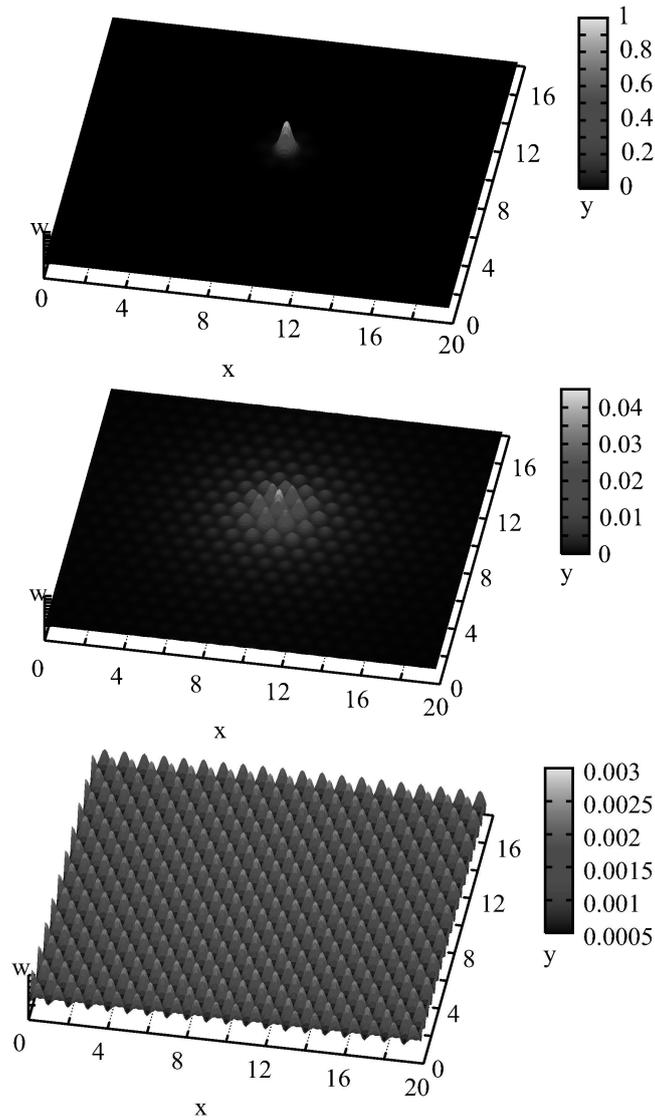


Рисунок 11: Эволюция функции распределения вероятности электрона при низкой температуре $T = 0.01$. Показаны (сверху вниз) начальное состояние функции, а также в момент времени $t = 1$ и $t = 4$. $N = 400, b\sigma = 3, h/\sigma = 0.7, r_0 = 1.5\sigma$

2.4 Выводы

При выполнении данного этапа проекта разработана адиабатическая теория транспорта электрона, захватываемого в движущиеся потенциальные ямы, сформированные за счет возбуждения в решетке термических солитонов. Взаимодействие электрона с решеткой анализировалось также в рамках более точной модели, основанной на уравнении Паули, выведенном из соответствующего уравнения Шредингера. В результате проведенных компьютерных экспериментов показано, что при низкой температуре решетки электроны локализуются вблизи равновесных дислокаций частиц решетки и их подвижность мала. С повышением температуры формирующиеся термические солитоны обеспечивают перемещение электронов вдоль (в среднем) кристаллографических осей рассматриваемой в работе треугольной решетки. Однако при очень высокой температуре тепловые колебания решетки становятся сильно локализованными и теряют свойства коллективных возмущений.

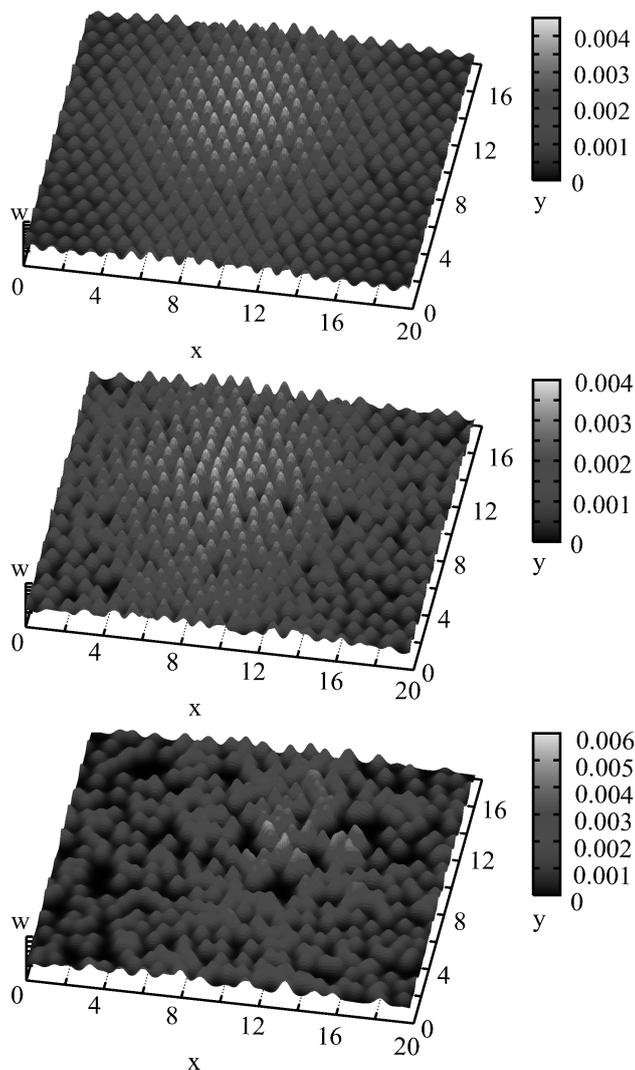


Рисунок 12: Функция распределения вероятности первоначально локализованного в середине решетки электрона в момент времени $t = 1$ при различной температуре. Сверху вниз: $T = 0.06, T = 0.3, T = 2.5$

Таким образом, в двумерной решетке, так же, как и в одномерной, существует диапазон температуры, в котором можно ожидать реализации наиболее эффективного транспорта электронов за счет их взаимодействия с локализованными (солитонно-подобными) термическими возмущения решетки.

3 Выявление закономерностей вынужденной синхронизации ансамбля осцилляторов при распределенном характере воздействия

3.1 Введение

Целью работы являлось анализ механизмов вынужденной синхронизации автоколебаний под действием нескольких сил, одновременно воздействующих с разными начальными

ми фазами на систему с мультистабильностью. Мультистабильность - одно из ключевых свойств нелинейных динамических систем [12–15]. Отдельным случаем мультистабильности, часто встречающимся во взаимодействующих системах, можно считать фазовую мультистабильность (ФМ), когда колебания в сосуществующих модах отличаются только значениями фазовых сдвигов. В ансамблях из нескольких осцилляторов фазовая мультистабильность проявляется уже на этапе гармонических колебаний в виде режимов бегущих волн, при которых колебания в соседних элементах ансамбля имеют одинаковую форму, но отличаются на постоянный фазовый сдвиг. Подобные режимы интенсивно исследовались в радиофизике, начиная с 70-х годов 20 века (А.А. Мальцев, Ю.М. Романовский, П.С. Ланда, А.А. Дворников, Г.Б. Эрментроут, В.И. Некоркин), как правило, на примере гармонических осцилляторов. В 1989 г. было открыто явление развитой фазовой мультистабильности во взаимодействующих фейгенбаумовских системах [16], когда число сосуществующих аттракторов удваивается после каждой бифуркации удвоения периода и становится бесконечно большим на пороге перехода к хаосу. Впоследствии, это явление было изучено на большом числе осцилляторов и отображений [17–20]. В работах [18, 19] были исследованы спектральные закономерности формирования мультистабильности в связанных системах с удвоениями периода. В работе [20] рассмотрены закономерности расположения бассейнов притяжения сосуществующих режимов.

Проведенные многочисленные исследования показали, что фазовая мультистабильность - явление часто встречающееся в динамике реальных систем, и, соответственно, его требуется учитывать на практике. В рамках исследований на предыдущем этапе нами был предложен простой метод управления фазовой мультистабильностью для двух связанных фейгенбаумовских систем, основанный на одновременном воздействии на осцилляторы гармоническими сигналами с равными амплитудами и частотами, но с разными начальными фазами. В ходе исследований, проведенных на системе двух генераторов Чуа, была продемонстрирована работоспособность данного метода, причем, как было показано, требующаяся амплитуда управляющего воздействия составляет доли процента от амплитуды собственных колебаний в системе. В данной работе исследуются механизмы, ответственные за возможность такого управления и показывается, что они тесно связаны с явлением синхронизации, а также разрабатывается образец радиоэлектронного контроллера.

3.2 Исследуемая система и исходные колебательные режимы

Запишем уравнения системы двух диффузионно связанных генераторов Чуа при бифазном гармоническом воздействии:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \alpha(y_1 - \varphi(x_1)) \\
 \dot{y}_1 &= x_1 - y_1 + z_1 + K(y_2 - y_1) \\
 \dot{z}_1 &= -\beta y_1 + s_1(t) \\
 \dot{x}_2 &= \alpha(y_2 - \varphi(x_2))
 \end{aligned} \tag{13}$$

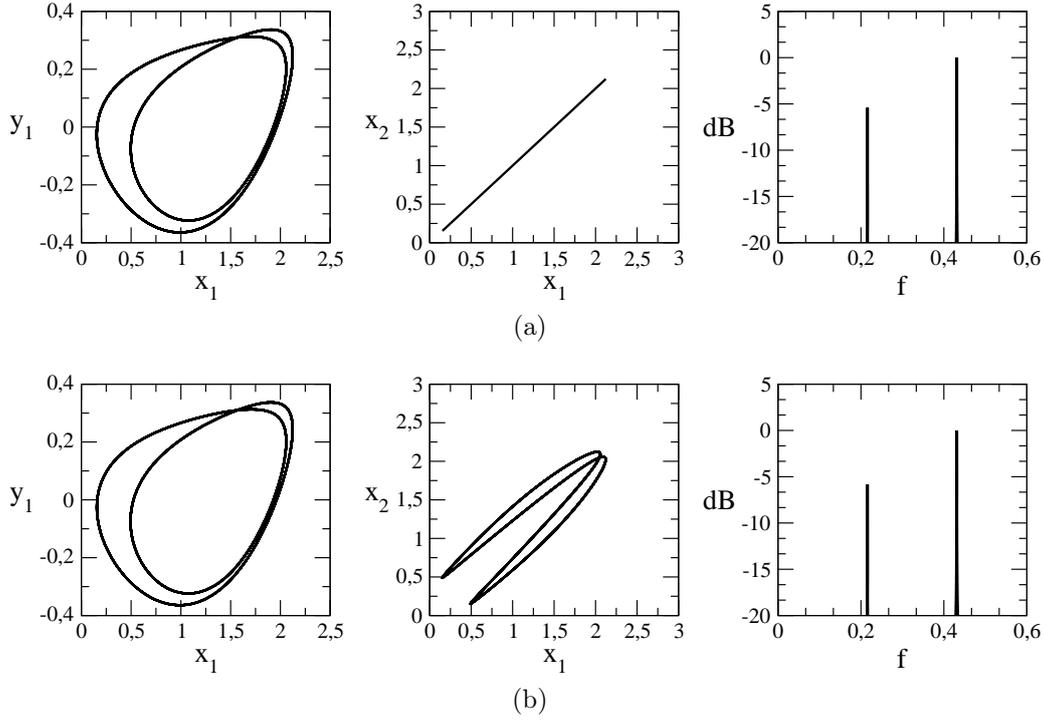


Рисунок 13: Проекция фазовых портретов (левый и центральный столбцы) и взаимный спектр мощности (правый столбец) режимов (a) $2C^0$ и (b) $2C^1$ при $\alpha = 8.3$.

$$\begin{aligned}\dot{y}_2 &= x_2 - y_2 + z_2 + K(y_1 - y_2) \\ \dot{z}_2 &= -\beta y_2 + s_2(t)\end{aligned}$$

здесь $\varphi(x) = 0.0625x^3 - 0.166667$ - характеристика нелинейного элемента цепи [21], α и β - управляющие параметры, K - коэффициент линейной связи. На оба генератора воздействуют два гармонических сигнала $s_{1,2} = A \cos(2\pi ft + \varphi_{1,2})$ одинаковой амплитуды A и частоты f , но с разными начальными фазами $\varphi_{1,2}$, разность между которыми составляет ϕ радиан: $\varphi_2 - \varphi_1 = \phi$. Данный вид воздействия позволяет целенаправленно переключать систему между сосуществующими мультистабильными состояниями, если частота сигналов совпадает или близка с частотой суб-гармоники.

Генератор Чуа представляет собой простую радиоэлектронную схему, демонстрирующую переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода [22]. Связанные осцилляторы (13) - система с развитой фазовой мультистабильностью, при которой в зависимости от параметров в фазовом пространстве может сосуществовать множество аттракторов [?]. Простейший случай фазовой мультистабильности - сосуществование в фазовом пространстве двух устойчивых предельных циклов, обозначаемых как $2C^0$ и $2C^1$, фазовые портреты которых приведены на рис. 13

Оба сосуществующих режима соответствуют колебаниями одинаковой формы (цикл периода два), но отличаются разными фазовыми сдвигами между временными реализациями в первом и втором осцилляторах: в случае $2C^0$ - колебания синфазны, а в случае $2C^1$ - колебания во второй подсистеме отличаются от колебаний в первой подсистеме на пол-периода. Эти различия проявляются и в частотных спектрах. На рис.13, в правой

колонке, приведены взаимные Фурье-спектры, построенные по реализациям $x_1(t)$ и $x_2(t)$:

$$C(f) = F_1(f)F_2^*(f)$$

где $F_i(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t) \exp(-j2\pi ft) dt$ - изображение Фурье. Как видно из рисунка, амплитудные спектры $|C(f)|$ одинаковы, а фазовые - различаются значением фазы суб-гармоники: у $2C^0$ оно равно нулю, а у $2C^1$ - π . Поэтому, воздействие на систему двумя сигналами на частоте этой суб-гармоники должно проявляться по-разному, в зависимости от фазового сдвига между s_1 и s_2 , в зависимости от того, будет ли это сдвиг близок к фазе суб-гармоники, или нет.

3.3 Переключение между мультистабильными состояниями

Выберем значения управляющих параметров, соответствующих случаю би-стабильности: $\alpha = 8.3$, $\beta = 14$, $K = 0.01$ и будем исследовать влияние резонансного внешнего воздействия на систему в зависимости от фазового сдвига между сигналами. При выбранных значениях параметров, основная (максимальная) гармоника в спектре находится на частоте $f_0 = 0.43$. Выберем значение частоты воздействия вблизи $0.5f_0$, например, $f = 0.2$ и будем исследовать процессы в системе при постепенном увеличении амплитуды воздействия A . Значение разности фаз ϕ будем задавать, как совпадающим с фазой суб-гармоники ($\phi = 0$), так и противоположным ему ($\phi = \pi$).

Рассмотрим динамику системы на базе цикла $2C^0$. Выберем разность фаз сигналов $\phi = \pi$. При $A = 0$ предельный цикл мягко трансформируется в двумерный тор $2C^0 \rightarrow 2T_1^0$.

Последующая эволюция колебаний при плавном увеличении параметра A отображена на рис.14, где в правой колонке приводятся проекции фазовых портретов, в средней - стробоскопическое сечение через период внешней силы, а в левой - взаимные спектры колебаний. При малом A (рис.14а) тор является двух-оборотным. В его спектре, кроме гармоник, относящихся к $2C^0$ появляются новые гармоники, обусловленные воздействием, с фазой, равной π . Спектр состоит из базовой суб-гармоники на частоте $0.5f_0$, основной гармоники на частоте f_0 , гармоники на частоте воздействия f_1 , а также - из гармоник на комбинационных частотах. Как видим из рисунка, фазы "старых" гармоник сохраняют свои значения, равные нулю, в то время как фазы "новых" равны ϕ . Увеличение A ведет к постепенному росту π -гармоник и подавлению синфазной суб-гармоники. Этот процесс можно проследить как по изменениям в спектре, так и по постепенному "схлопыванию" стробоскопического сечения из двух-оборотного в одно-оборотное (рис.14б). Наконец, при $A \simeq 0.012$ процесс завершается полным подавлением собственной суб-гармоники, что сопровождается переходом с двух-ленточного тора на одно-ленточный (рис.14с). Данная бифуркация является жесткой - обратное уменьшение параметра A не приводит к возвращению на исходный режим. При последующем уменьшении амплитуды воздействия до $A = 0.01$ хотя и наблюдается обратный переход от одно-оборотного тора к двух-

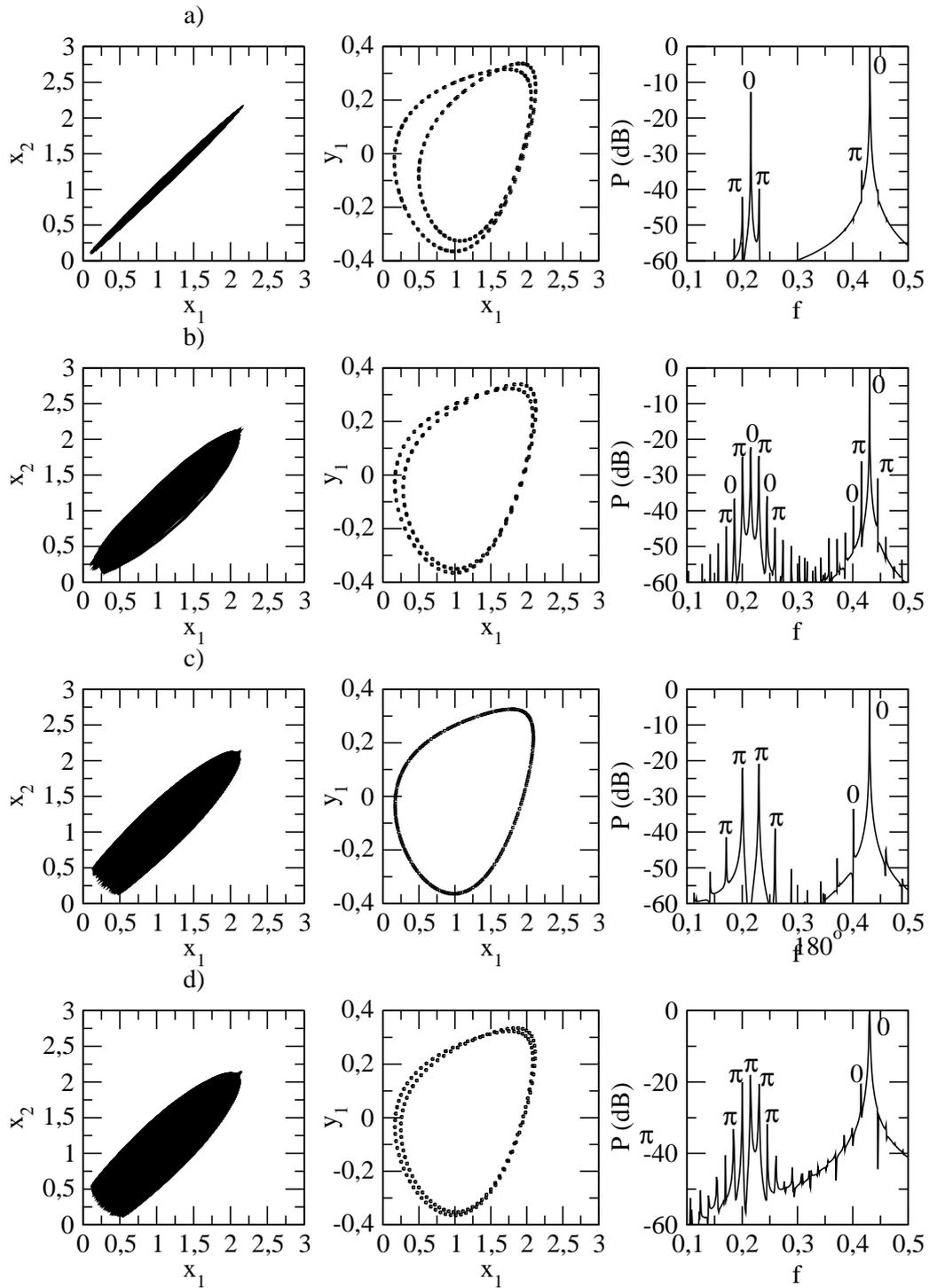


Рисунок 14: Квазипериодические колебания $2T_1^0$: (а) проекция фазового портрета в переменных $x_1 - y_1$, (б) - в переменных $(x_1 - x_2)$, (с) - фрагмент сечения Пуанкаре. Амплитуда внешнего воздействия $A = 0.002$. Частота внешнего воздействия $f = 0.2$. Параметры генераторов: $\alpha = 8.3$, $\beta = 14.0$, $K = 0.01$.

оборотному, но это уже другой тор: в его спектре суб-гармоника имеет фазу, равную π (рис.14d). Сопоставление рисунков 14b и 14d позволяет сделать вывод, что при одних и тех же параметрах в фазовом пространстве сосуществует два квазипериодических режима с схожими фазовыми портретами, но с разными фазовыми спектрами. Дальнейшее понижение амплитуды воздействия до нуля ведет к постепенному “вырождению” тора в предельный цикл $2C^1$, что позволяет заключить, что данный квазипериодический режим образован через бифуркацию Хопфа на цикле $2C^1$. Поэтому, его можно обозначить как $2T_1^1$.

Таким образом, при $A = 0.012$ одновременно наблюдаются обратные бифуркации слияния лент двух-оборотных двумерных торов: $2T_1^0 \rightarrow 1T_1^0$ и $2T_1^1 \rightarrow 1T_1^1$. Однако, тор $1T_1^0$ оказывается неустойчивым, и первая из бифуркаций проявляется как жесткий переход с тора $2T_1^0$ на тор $1T_1^1$. Последующее увеличение амплитуды воздействия до значений, больших чем 0.012 не приводит к качественным изменениям в динамике, вплоть до $A \simeq 0.03$, когда происходит разрушение одно-оборотного тора $1T_1^1$ и переход к хаосу.

Рассмотрим теперь, что будет происходить с колебаниями $2C^0$ если разность фаз между сигналами выбрать равной нулю. заметим, что данное значение разности фаз является “естественным” для этого режима, потому что совпадает с фазой базовой суб-гармоники, на частоте которой прикладывается воздействие. Наблюдение показывает что изменения в спектре, и стробоскопическом сечении оказываются схожими с предыдущим случаем. Разница только в том, что:

- колебания остаются синфазными;
- спектральные компоненты на частоте воздействия и комбинационных частотах, также как и собственные гармоники имеют нулевую фазу;
- при полном подавлении собственной динамики, происходит мягкий переход с двумерного тора на одномерный: $2T_0^0 \rightarrow 1T_0^0$.

Если выбрать в качестве исходного режима, режим $2C^1$, то отмеченные выше закономерности наблюдаются и для него, с заменой фазы воздействия $0 \leftrightarrow \pi$. Так, например, если выбрать $\phi = 0$, при $A = 0$ наблюдается мягкое рождение квазипериодических колебаний $2C_0^1 \rightarrow 2T_0^1$, которые при конечной, но малой, амплитуде воздействия проявляются в спектре колебаний в виде дополнительных гармоник с фазой, равной нулю (рис. 15a). Рост амплитуды воздействия, как и в предыдущем случае, ведет к постепенному подавлению собственной суб-гармоники на частоте $f_0/2$, которая при $A \simeq 0.012$ исчезает совсем. Траектория при этом необратимо переходит на синфазный квазипериодический режим $2T_0^0$, сформированный на базе цикла $2C^0$ (рис.15c).

Таким образом би-фазное гармоническое воздействие на систему связанных осцилляторов независимо от значения разности фаз ϕ ведет к подавлению близкой к частоте воздействия суб-гармоники. В отличие от классического случая синхронизации через подавление, здесь не наблюдается перехода от квазипериодических колебаний к периодическим. Вместо этого наблюдается обратная бифуркация удвоения тора. При “естественном”

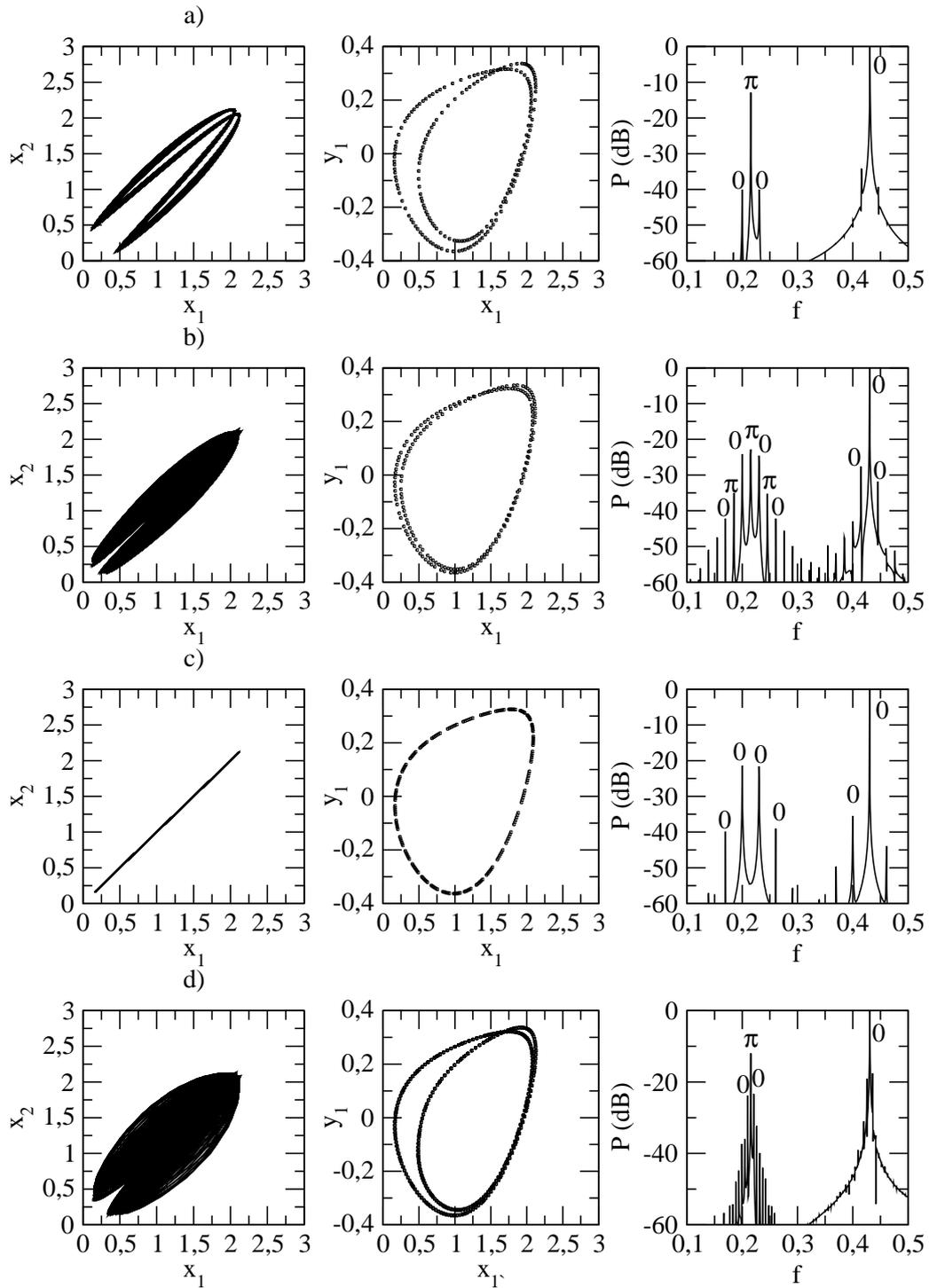


Рисунок 15: Квазипериодические колебания $2T_1^1$: (а) проекция фазового портрета в переменных $x_1 - y_1$, (б) - в переменных $(x_1 - x_2)$, (с) - фрагмент сечения Пуанкаре. Амплитуда внешнего воздействия $A = 0.002$. Частота внешнего воздействия $f = 0.2$. Параметры генераторов: $\alpha = 8.3$, $\beta = 14.0$, $K = 0.01$.

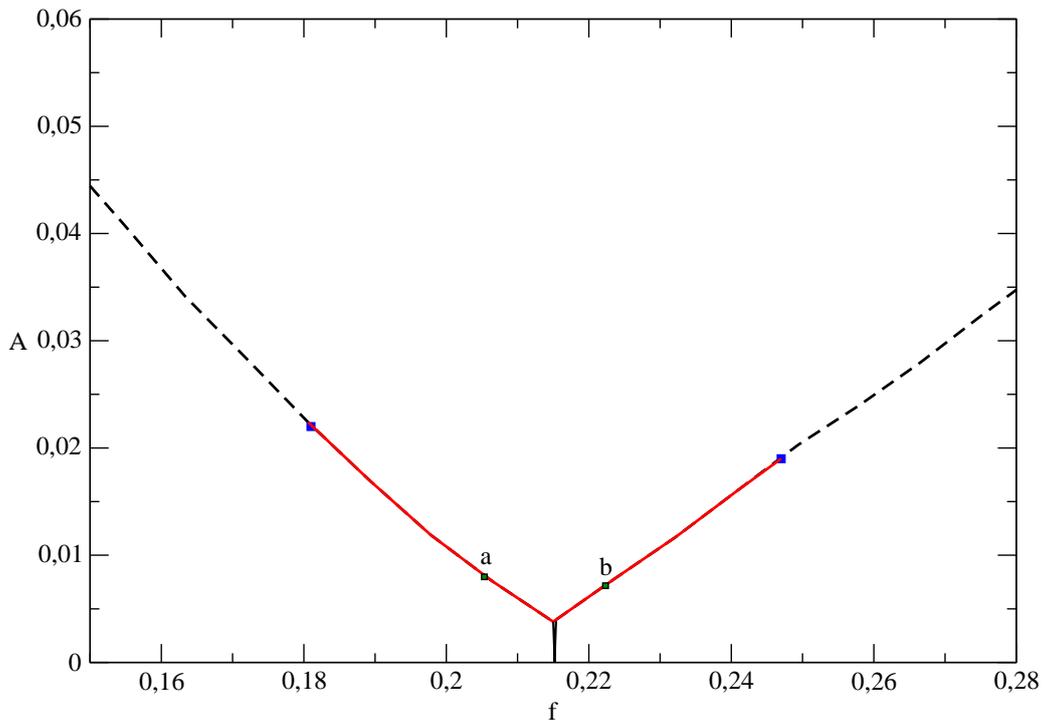


Рисунок 16: Зависимость порога переключения между сосуществующими режимами от частоты сигналов: $2C^0 \rightarrow 2C^1$ и $2C^1 \rightarrow 2C^0$ (только сплошная линия).

выборе ϕ , совпадающем с фазой подавляемой суб-гармоники, этот переход является обратимым. При противоположном выборе разности фаз, подавление суб-гармоники ведет к исчезновению устойчивых колебаний данного вида и необратимому переходу на аттрактор, сформированной на базе другого предельного цикла.

3.4 Синхронизация колебаний при би-фазном воздействии

Как известно, внешнее периодическое воздействие на автоколебательную систему на частоте, кратной ее собственной частоте (или близкой к ней) ведет к синхронизации. Известно два базовых механизма синхронизации периодических колебаний - через захват и подавление собственной частоты. Как синхронизация реализуется при двойном воздействии с разными фазами? Каковы особенности такой синхронизации? Чтобы рассмотреть эти вопросы мы исследовали процессы, происходящие в системе (13) в широкой полосе частот в окрестности соотношения $f/f_0 = 0.5$.

Рассмотри сначала, как меняется пороговое значение амплитуды внешней силы, необходимой для переключения системы между сосуществующими состояниями. Соответствующий график изображен на рисунке 16. Как видно из рисунка, существует явно выраженная зависимость между порогом управления и частотой, которая внешне напоминает границу области синхронизации. Минимальное значение амплитуды воздействия достигается при точном совпадении $f = 0.5f_0$, а при отходе от этой частоты наблюдается монотонный почти линейный рост порога переключений.

Как уже было сказано выше, на частоте $f = 0.2$ переключение между режимами проис-

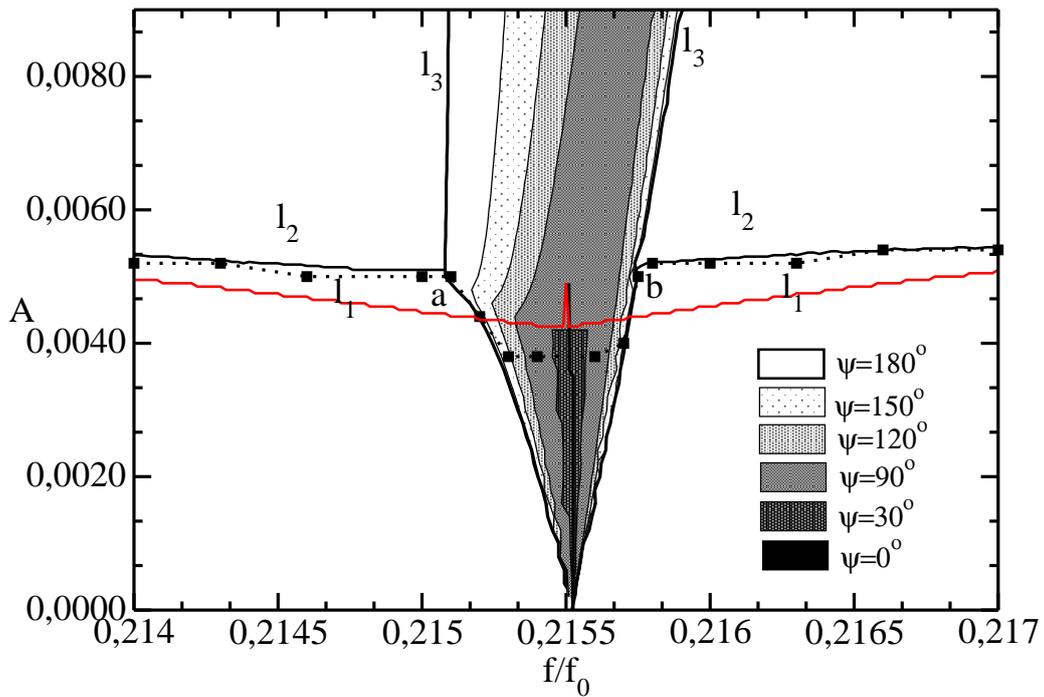


Рисунок 17: Вид областей синхронизации при последовательно уменьшающихся значениях разности фаз сигналов воздействия ϕ от $\phi = \pi$ до $\phi = 0$.

ходит за счет подавления суб-гармоники на половинной частоте $0.5f_0$. Однако, детальное рассмотрение показывает, что данный эффект реализуется лишь при достаточном удалении частоты от базового значения. При значениях частоты воздействия более близких к $0.5f_0$ (между точками а и б на графике) подавления суб-гармоники не происходит. Не наблюдается здесь и явления захвата частоты. Переключение с одного режима на другой происходит без видимых качественных изменений в спектре мощности колебательного режима (рис.15d)

При близких к $0.5f_0$ значениях частоты воздействия наблюдается классическое явление синхронизации через захват собственной частоты колебаний. Область синхронизации выглядит как классический «язык Арнольда», но его ширина зависит от разности фаз воздействий ϕ . Так, если ϕ совпадает с фазой суб-гармоники во взаимном спектре колебаний режима, то ширина области синхронизации максимальна. На рис. 17 приведена структура области синхронизации для колебаний на базе цикла $2C^1$. Значение фазы для суб-гармоники составляет π , соответственно максимально широкой область синхронизации оказывается, если разность фаз между сигналами воздействия составляет 180 градусов (линия l_3). При уменьшении ϕ от 180 градусов до 90 градусов наблюдается монотонное сужение области синхронизации (на рисунке эти области отмечены оттенками серого). Переключений на сосуществующие режимы (на базе $2C^0$) не происходит. При дальнейшем уменьшении ϕ от 90 градусов до нуля, внизу области синхронизации (при $A \lesssim 0.0045$) наблюдается синхронизация через захват частоты, но в более узкой области, а при переходе через пороговое значение амплитуды ($A \simeq 0.0045$) - жесткий переход на сосуществующий режим на базе цикла $2C^0$. При разности фаз $\phi = 0$ область синхронизации минимальна и,



Рисунок 18: Общая структурная схема установки

фактически, вырождается в линию $f = 0.5f_0$

3.5 Проектирование и создание экспериментального образца для контроллера фазовой мультистабильности

Для проведения экспериментальных исследований был создан экспериментальный образец контроллера мультистабильности, основанный на приведенной выше методике. Он представляет собой радиоэлектронное устройство, в котором используется современная элементная база и заводские технологии. Структурная схема устройства показана на рис.18. Она состоит из двух связанных генераторов Чуа, управляемых контроллером. Контроллер включает в себя два генератора сигналов с изменяемой разностью фаз. Каждый генератор состоит из колебательного контура и диода Чуа. Диод Чуа выполнен на операционном усилителе по классической схеме преобразователя отрицательного сопротивления. Для создания кусочно-линейной характеристики используется два преобразователя включенные параллельно. В устройстве применены так называемые гиратор – элемент имитирующий индуктивный импеданс. Применение гиратора позволило избежать проблем, связанных с высоким уровнем электро-магнитных наводок от промышленной сети питания. Диод Чуа состоит из двух конвертеров отрицательного сопротивления на основе ОУ. Диод Чуа реализован на двух параллельно включенных КОС. Вольт-амперная характеристика отрицательного сопротивления показана на рис.19.

Наиболее сложным вопросом реализации генератора Чуа является компромисс между значением частоты работы схемы и номиналом индуктивности. На частотах порядка одного мегагерца величина индуктивности, требуемая для реализации режимов функционирования двух-оборотных циклов должна быть порядка десятков микрогенри. Данные индуктивности широко производятся современной промышленностью, обладают низкими внутренними сопротивлениями порядка одного Ома и меньше, имеют низкие паразитные емкости. Однако, работа диода Чуа на частоте порядка мегагерца невозможна с применением ОУ общего назначения. Простым решением проблемы может стать покупка дорогостоящих высокочастотных операционных усилителей. Другое решение заключается в имитации индуктивности активными цепями – гираторами. Данное решение позволяет остаться в области частот в десятки килогерц.

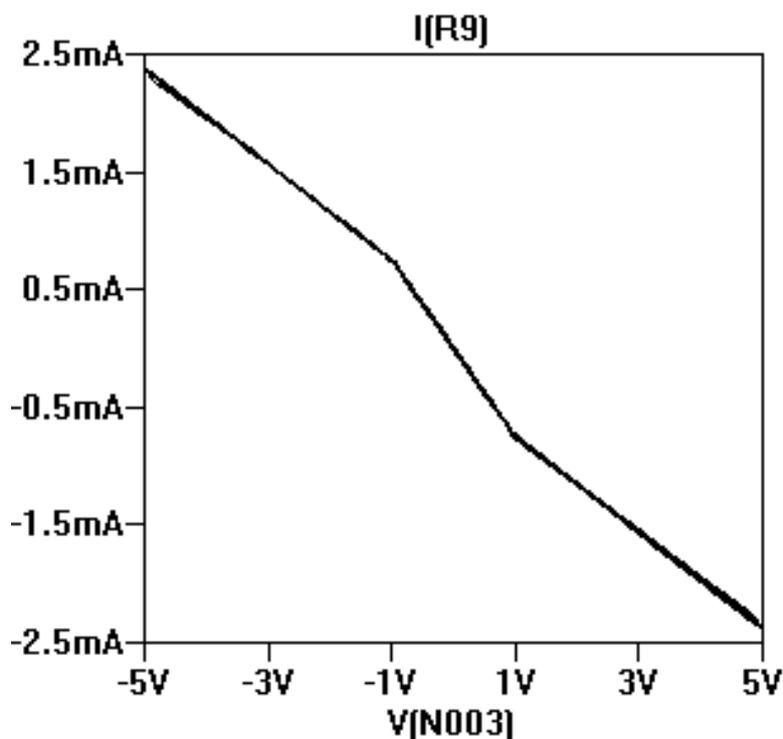


Рисунок 19: Вольт-амперная характеристика диода Чуа

На основе операционных усилителей теоретически можно смоделировать гиратор, однако, такая схема гиратора обладает существенными недостатками. Одним из них является внутреннее активное сопротивление. Однако, этот паразитный параметр позволяет работать операционному усилителю в линейном режиме. Влияние на динамику схемы также оказывает выбор операционного усилителя, т.к. в диоде Чуа он работает не только в линейном режиме, но и в режиме насыщения. Напряжение насыщения у каждого операционного усилителя является индивидуальным параметром.

Диод Чуа был выполнен на основе операционного усилителя фирмы National Semiconductor TL082CN. Данный операционный усилитель является широко применяемым. Для конкретного ОУ, применяемого в лабораторной установке $E_{sat} = 12\text{В}$. Нелинейная характеристика диода для выбранных параметров генератора Чуа $m_0 = -0.409\text{mS}$, $m_1 = -0.757\text{mS}$, $B_{p2} = 1\text{В}$.

Моделирование диода Чуа с данными параметрами показало его полную работоспособность и реализуемость. Схема диода Чуа в схематехническом редакторе показана рис. 20. Тестовым источником сигнала был источник синусоидального напряжения $V3$.

Моделирование гиратора проводилось непосредственно в схеме генератора Чуа (рис.21). При выбранных параметрах генератора ток на выходе ОУ не превышал 5мА. Как показали тестовые измерения гиратор работоспособен при выбранных параметрах и может быть реализован в радиофизическом эксперименте.

Управление работой контроллера и генераторов, а также сбор и обработка данных проводились на компьютере с использованием аппаратно-программных средств компании National Instruments. На языке графического программирования G в среде Labview

CHUA'S GENERATOR WITH GYRATOR

The option "plotwinsize=0" switches off any data compression to get the most precise results.

.OPTIONS GMIN=1e-11
 .options tseed=200n
 .options plotwinsize=0
 .options cshunt 1e-14 ; adds a cap from each node to 0

.ic V(N003)=7
 .include tl084.inc
 .tran 0 30m 10m 2u

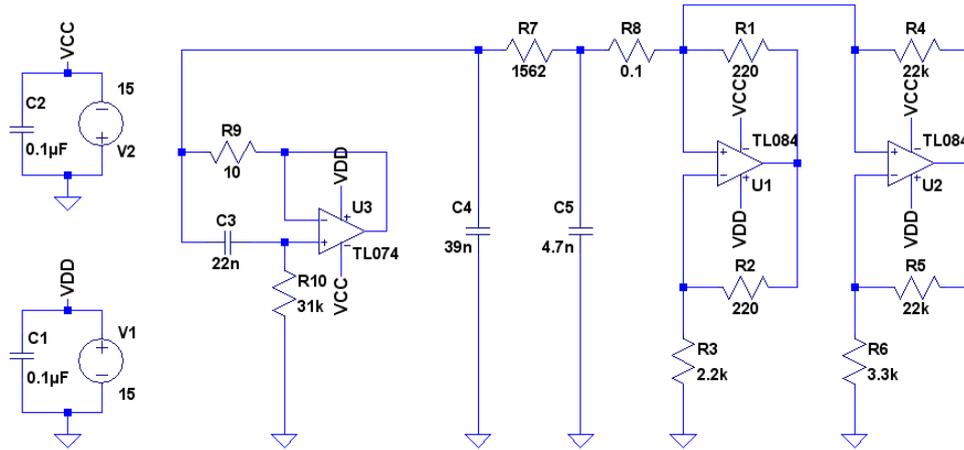


Рисунок 20: Схема генератора Чуа

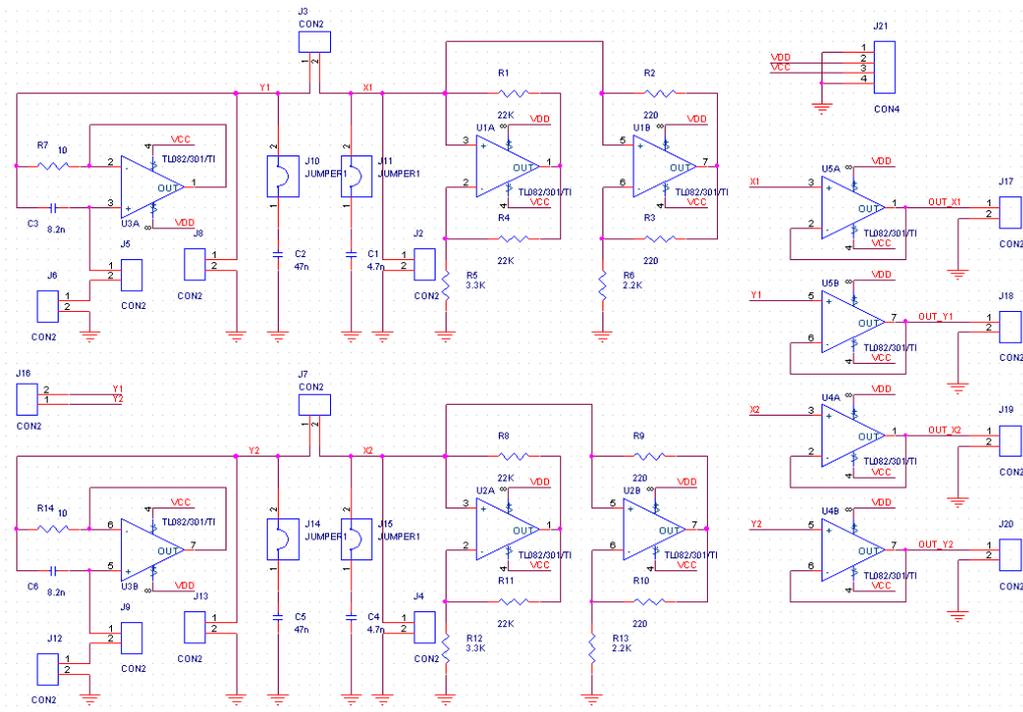


Рисунок 21: Принципиальная схема установки

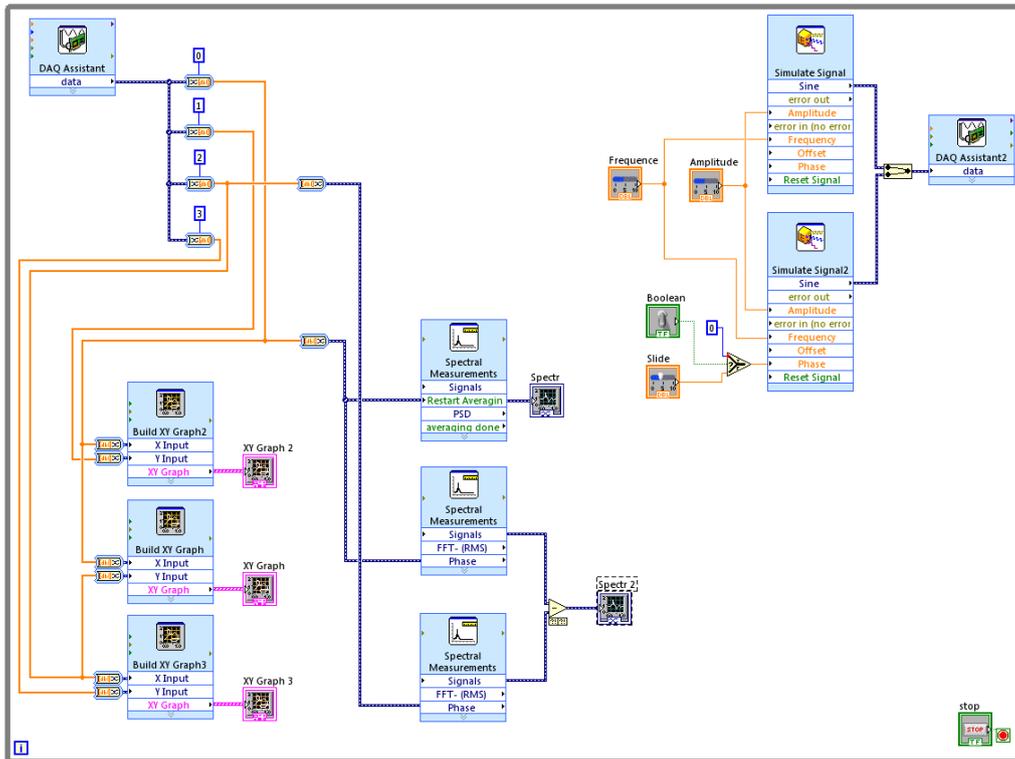


Рисунок 22: Блок-схема программы управления экспериментальной установкой

была создана программа, позволяющая управлять установкой и анализировать ее динамику. На рис. 22 показана блок-схема программы. Блок-схема включает в себя элементы DAQ-Assistant, взаимодействующие с АЦП-ЦАП, инструментальные средства визуализации данных и расчета спектров колебаний. Аппаратно-программный комплекс позволяет работать с установкой и исследовать управление мультистабильностью на экране монитора, не используя дополнительных приборов. Внешний вид панели управления представлен на рис. 23. Панель содержит элементы управления амплитудой и частотой внешних сигналов, а также сдвигом фаз между ними.

3.6 Выводы

Были проведены исследования синхронизации в мультистабильной системе при двойном воздействии с разными начальными фазами на каждый из генератор. Выявлен механизм переключения между мультистабильными состояниями. Показано, что внешнее воздействие на частоте близком к половине собственной частоты колебаний ведет к подавлению суб-гармоники в спектре мощности и соответственно, к переходу на одноленточный режим колебаний. При отключении воздействия, происходит перевод системы на сосуществующий аттрактор.

Был проведен анализ явления синхронизации колебаний. Синхронизация осуществляется через захват собственной частоты колебаний внешними силами, в результате происходит синхронизация движения на торе. Область синхронизации имеет форму классического «языка Арнольда», ширина которого зависит от соотношения между фазой суб-гармоники

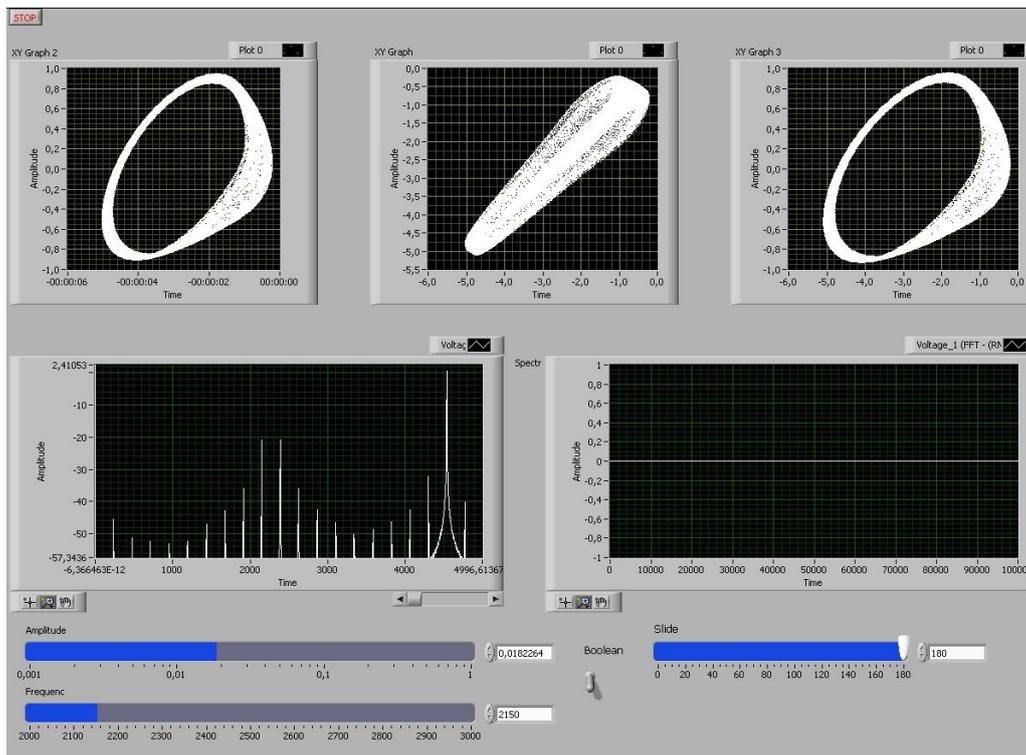


Рисунок 23: Внешний вид панели управления прибора

и разности фаз управляющих сигналов. При противоположных значениях фаз ($\phi = 0$ и $\phi = \pi$) область синхронизации вырождается в линию.

Создан экспериментальный образец автоколебательных систем с развитой фазовой мультистабильностью и контроллером. При его проектировании использованы современные программные средства моделирования электронных схем, а сама установка управляется программой, написанной на языке программирования G программного комплекса Labview.

4 Исследование возникновения колебаний (бифуркация Андронова-Хопфа) в квазигармонической модели автоколебательной среды, находящейся под действием шума

4.1 Введение

Исследование влияния шума на распределенные системы и среды является на сегодняшний день актуальной задачей нелинейной динамики. В настоящее время установлен ряд фундаментальных эффектов, связанных с воздействием случайных сил на активные среды. Сюда можно отнести явления стохастического резонанса в возбудимых средах и когерентного резонанса в бистабильных средах, а также связанный с ними эффект фазовой синхронизации стохастических колебаний [23, 25]. Исследовано воздействие шума на

неоднородную автоколебательную среду в режиме частотных кластеров и показан эффект разрушения кластеров, сопровождающийся возникновением индуцированного шумом хаоса [26]. Установлен эффект индуцированных шумом переключений мультистабильных режимов в кольце автогенераторов и автоколебательной среде, приводящие к установлению моды, соответствующей отсутствию фазового сдвига колебаний в среднем на длине системы [27]. Однако вызванные шумом эффекты в таких сложных нелинейных системах, какими являются активные среды и их пространственно-дискретные модели (цепочки и решетки из активных элементов) могут быть чрезвычайно разнообразны. В целом этот круг проблем еще сравнительно мало исследован. В то же время, важность анализа влияния случайных сил очевидна, поскольку случайные воздействия присутствуют в любой реальной системе и не никогда не могут быть полностью устранены.

Одним из важных направлений исследования роли шума в динамических системах является анализ стохастических бифуркаций, т.е. бифуркаций, протекающих в присутствии шума, в том числе вызванных изменениями шумовых параметров [28, 29]. В проведенных в рамках проекта исследованиях была изучена модель зашумленной квазигармонической автоколебательной среды в виде кольца из конечного числа диссипативно-связанных квазигармонических автогенераторов. Анализировалось влияние мультипликативного шума на режим возникновения генерации в случаях пространственно-некоррелированного и пространственно-однородного шума.

4.2 Исследуемая модель среды

Среда моделировалась с помощью конечной цепочки локально взаимодействующих генераторов, соединенной в кольцо. Такие простые пространственно-дискретные модели позволяют выявить многие качественные закономерности, присущие непрерывным средам. В исходных переменных цепочка генераторов описывается уравнениями безразмерных переменных:

$$\ddot{x}_j - (\varepsilon - x_j^2)\dot{x}_j + (\omega_0^2 + \sqrt{2D}n_j)x_j = 2\gamma(\dot{x}_{j-1} + \dot{x}_{j+1} - 2\dot{x}_j), \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

с граничными условиями $x_{m+1} = x_1$, $\dot{x}_{m+1} = \dot{x}_1$, где m – число элементов цепочки. Все генераторы полагаются идентичными. Их режим управляется параметром генерации ε . Собственная частота всех генераторов одинакова и в квазигармоническом режиме равна параметру ω_0 . Соседние генераторы взаимодействуют резистивно (диффузионное взаимодействие элементов среды). Степень взаимосвязи определяется параметром γ . В проведенных расчетах полагалось, что $\omega_0 = 1$ и $\gamma = 0.01$. На элементы цепочки действует параметрический шум, модулирующий собственную частоту генераторов. Источники шума в разных генераторах являются статистически независимыми белыми гауссовыми источниками: $\langle n_j(t)n_k(t+\tau) \rangle = \delta_{jk}\delta(\tau)$, где δ_{jk} – символ Кронеккера, $\delta(\tau)$ – функция Дирака. Все источники шума характеризуются одной и той же интенсивностью, задаваемой константой D .

В случае квазигармонического приближения от системы (14) можно перейти к усредненным уравнениям для амплитуд и фаз генераторов, используя замену переменных:

$$x_j = a_j \cos(t + \varphi_j), \quad \dot{x}_j = -a_j \sin(t + \varphi_j), \quad (15)$$

где мгновенные амплитуды $a_j(t)$ и фазы $\varphi_j(t)$ генераторов предполагаются медленными функциями времени по сравнению с периодом $T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi$. Производится усреднение за период T_0 и преобразование источников шума. В результате приходим к следующим стохастическим уравнениям Стратоновича для мгновенных амплитуд и фаз колебаний парциальных генераторов

$$\begin{aligned} \dot{a}_j &= \frac{a_j}{2} \left(\varepsilon + \frac{D}{2} - \frac{a_j^2}{4} + \sqrt{D} n_j^{(1)}(t) \right) + \gamma (a_{j-1} \cos(\varphi_j - \varphi_{j-1}) + a_{j+1} \cos(\varphi_{j+1} - \varphi_j) - 2a_j) \\ \dot{\varphi}_j &= \frac{\text{sqr}t{D}}{2} n_j^{(2)}(t) + \gamma \left(\frac{a_{j+1}}{a_j} \sin(\varphi_{j+1} - \varphi_j) - \frac{a_{j-1}}{a_j} \sin(\varphi_j - \varphi_{j-1}) \right), \quad j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (16)$$

с периодическими граничными условиями $a_{m+1} = a_1$, $\varphi_{m+1} = \varphi_1$.

В проведенных исследованиях численно интегрировались стохастические уравнения (16). Начальные условия выбирались случайным образом в окрестности нуля. По полученным достаточно длинным зависимостям амплитуд и фаз от времени строились стационарные распределения вероятности переменных $x_j(t) = a_j(t) \cos(t + \varphi_j(t))$ для некоторых выбранных элементов цепочки. Кроме того, рассчитывались распределения разности колебаний первого и среднего элемента ($x_{50} - x_1$). Т.е. при вычислении вероятностных характеристик восстанавливались исходные динамические переменные. Использование укороченных уравнений объясняется тем, что для одного отдельного генератора с параметрическим шумом амплитудно-фазовое приближение позволяет получить аналитические выражения для стационарных распределений [30]. Тогда результаты полученные численно для цепочки можно сравнивать с теоретическими результатами для отдельного генератора. Кроме того, в случае пространственно однородного шума ($n_j^{(1,2)}(t) \equiv n^{(1,2)}(t)$), используя укороченные стохастические уравнения можно аналитически получить условие устойчивости однородного решения $a_j \equiv 0$, которое соответствует отсутствию стохастических колебаний.

4.3 Эволюция стационарного распределения в одиночном генераторе

Укороченные стохастические уравнения для отдельного генератора имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{a}{2} \left(\varepsilon + \frac{D}{2} - \frac{a^2}{4} + \sqrt{D} n^{(1)}(t) \right), \\ \dot{\varphi} &= \frac{\sqrt{D}}{2} n^{(2)}(t). \end{aligned} \quad (17)$$

Первое и второе уравнения являются независимыми. Для амплитуды и ограниченной фазы $\phi \in [0, 2\pi]$, где $\phi = \varphi \pm \pi k$, $k = 0, 1, 2, \dots$, получаем:

$$\begin{aligned} p(a) &= Na^{2\alpha+1} \exp\left\{-\frac{a^2}{2D}\right\}, \quad \alpha = \frac{2\varepsilon}{D}, \\ p(\phi) &= \frac{1}{2\pi}, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$N = \left[\int_0^\infty a^{2\alpha+1} \exp\left\{-\frac{a^2}{2D}\right\} da \right]^{-1}$$

есть нормировочная константа. Соответственно, переходя к переменным x и $y = \dot{x}$, получаем аналитически выражение для распределение $p(x, y)$:

$$p(x, y) = C(x^2 + y^2)^\alpha \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2D}\right\}, \quad (19)$$

где $C = N/2\pi$. Это распределение существует при $\varepsilon > -\frac{D}{2}$, когда точка равновесия в начале координат становится неустойчивой и возникают стохастические колебания. С ростом параметра ε характер распределения меняется [30]. На рис.24 приведены графики стационарного распределения переменной x , полученные с использованием аналитического результата (19) и соотношения

$$p(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dy.$$

Интегрирование и расчет нормировочного множителя проводились численно.

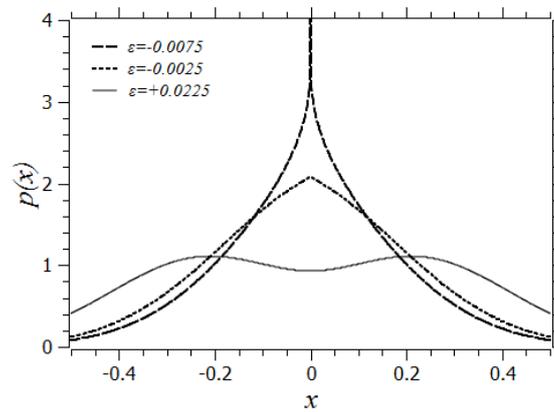


Рисунок 24: Графики стационарного распределения переменной x , полученные с использованием аналитического результата (19) для $D = 0.05$ и различных значений параметра ε

4.4 Модель среды с пространственно-однородным шумом

Рассмотрим, как влияет на среду пространственно-однородный шум. В этом случае положим, что на каждый генератор в модели (14) действует один и тот же источник шума. Тогда в (16) имеем: $n_j^{(1,2)}(t) \equiv n^{(1,2)}(t)$.

Для анализа устойчивости однородного решения $a_j \equiv a_0 = const$, $\varphi_j \equiv \varphi_0 = const$ запишем линейные уравнения для малых возмущений $\rho_j(t) = a_j(t) - a_0$, $\psi_j = \varphi_j - \varphi_0$. При условии, что нас интересует равновесие в нуле ($a_0 = 0$), получаем

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_j &= \frac{\rho_j}{2} \left(\varepsilon + \frac{D}{2} + \sqrt{D}n^{(1)}(t) \right) + \gamma(\rho_{j+1} + \rho_{j-1} - 2\rho_j) \\ \dot{\psi}_j &= \gamma(\psi_{j+1} + \psi_{j-1} - 2\psi_j), \quad j = 1, 2, \dots, m.\end{aligned}\quad (20)$$

Используя пространственную периодичность системы (16), раскладываем возмущения по пространственным гармоникам:

$$\begin{aligned}\rho_j &= \sum_{k=0}^{m-1} R_k \cos \frac{\pi k}{m} (j - 1/2), \\ \psi_j &= \sum_{k=0}^{m-1} \Psi_k \cos \frac{\pi k}{m} (j - 1/2),\end{aligned}\quad (21)$$

где R_k, Ψ_k – амплитуды пространственных гармоник. Подставляя (21) в (20), получаем уравнения для амплитуд гармоник

$$\begin{aligned}\dot{R}_k &= \frac{R_k}{2} \left(\varepsilon + \frac{D}{2} - 4\gamma \sin^2 \frac{\pi k}{m} + \sqrt{D}n^{(1)}(t) \right), \\ \dot{\Psi}_k &= -4\gamma \Psi_k \sin^2 \frac{\pi k}{m}.\end{aligned}\quad (22)$$

Условия невозроствания возмущений есть

$$\left\langle \frac{\partial \dot{R}_k}{\partial R_k} \right\rangle \leq 0, \quad \left\langle \frac{\partial \dot{\Psi}_k}{\partial \Psi_k} \right\rangle \leq 0.$$

Из (22) получаем

$$\varepsilon \leq -\frac{D}{2} + 4\gamma \sin^2 \frac{\pi k}{m}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m-1 \quad (23)$$

При увеличении параметра ε первой начинает возрастать пространственно-однородная компонента возмущения ($k = 0$). Таким образом, приходим к условию $\varepsilon \leq -\frac{D}{2}$, которое соответствует условию устойчивости точки равновесия в одиночном генераторе.

При $\varepsilon > -\frac{D}{2}$ численно строились распределения $p(x_j)$. Они совпадали для различных j с точностью до численных погрешностей при этом разность колебаний двух генераторов ($x_j - x_i$) у порога генерации всегда оставались вблизи нуля. Таким образом, стохастиче-

ские колебания всех генераторов цепочки при однородном шуме полностью идентичны. Фазовая мультистабильность, которая может возникать в кольце идентичных автогенераторов [27] в области исследованных значений ε не наблюдается. На рис.25 приведены графики плотности вероятности $p(x_1)$, полученные в цепочке с пространственно-однородным шумом при $D = 0.05$ и различных значениях ε .

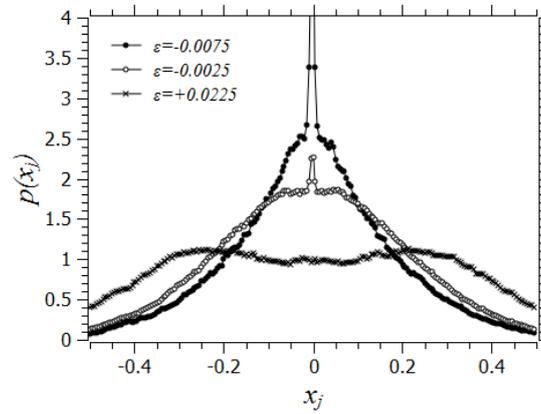


Рисунок 25: Графики стационарного распределения переменной x_j , $j = 1$, полученные численно для модели (16) в случае однородного шума с интенсивностью $D = 0.05$ и различных значений параметра ε

При $\varepsilon > -D/2$ с ростом ε имеет место эволюция распределения $p(x_j)$, в результате которого, резкий пик в окрестности нуля сменяется пологим максимумом. При $\varepsilon > 0$ возникает бимодальное распределение, характерное для режима зашумленных квазигармонических автоколебаний.

Численно полученные для цепочки (16) распределения количественно достаточно точно совпадают с теоретическими кривыми, полученными для одного генератора. Сравнение результатов приведено на рис.26. Можно отметить, что в окрестности нуля координат имеется некоторое расхождение результатов, связанное с недостаточностью длины реализации процесса $x_j(t)$, используемой при численном построении распределения.

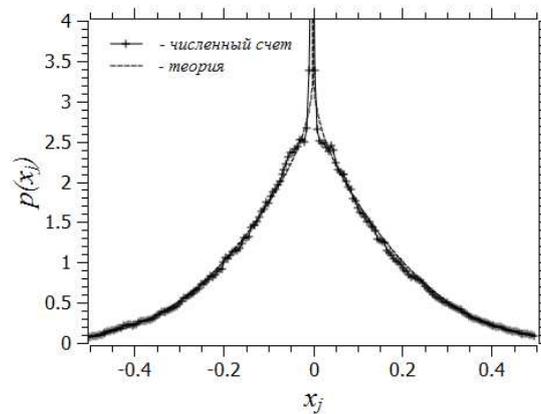


Рисунок 26: Сравнение стационарного распределения, полученного для первого генератора цепочки (16) в случае однородного шума при $D = 0.05$ и $\varepsilon = -0.0075$ с соответствующим распределением в одиночном генераторе, построенном с использованием аналитического результата (19)

4.5 Модель среды с пространственно-неоднородным шумом

Рассмотрим модель среды (16) с пространственно-неоднородным шумом. В этом случае на генераторы действуют идентичные по своим характеристикам, но статистически независимые случайные силы n_j . В этом случае устойчивость равновесия в нуле координат исследовалась численно. Также численно были получены графики плотности вероятности $p(x_j)$ при различных значениях D и ε и выделена граница возникновения автоколебательного режима, определяемая появлением бимодального распределения. Можно отметить, что в случае пространственно-неоднородного шума, бимодальное распределение возникает, по видимому, еще при отрицательных значениях параметра ε . Границы областей различных режимов в модели среды (16) при однородном и неоднородном шуме приведены на рис. 27

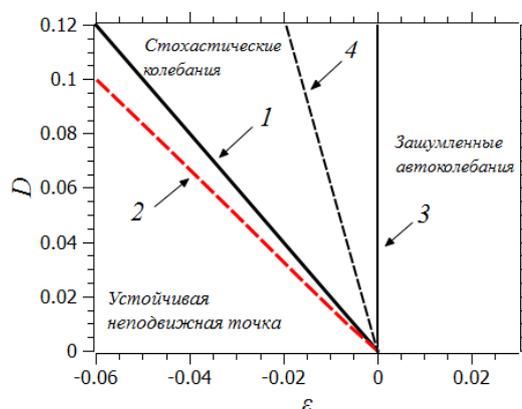


Рисунок 27: Границы областей различных режимов в модели среды (16) при однородном и неоднородном шуме: линии 1 и 2 - границы возникновения стохастических колебаний, а линии 3 и 4 – границы возникновения бимодального распределения для однородного и неоднородного (2 и 4) шума, соответственно

На рис.28,а приведены графики плотности вероятности $p(x_1)$, полученные в цепочке с пространственно-неоднородным шумом при $D = 0.05$ и различных значениях ε . Для других элементов цепочки распределения совпадают с $p(x_1)$ в пределах точности вычислений, однако разности колебаний двух генераторов $(x_j - x_i)$ отличны от нуля и имеют распределения, представленные на рис.28,б. С ростом параметра ε распределение разностных колебаний становится заметно шире, оставаясь при этом унимодальным с максимумом в начале координат.

4.6 Выводы

Проведенные исследования показали, что эффекты, связанные с влиянием шума на автоколебательную среду у порога генерации параметрического шума, в целом аналогичны эффектам, наблюдаемым в конечномерном генераторе, являющемся элементом среды. С ростом управляющего параметра при фиксированном уровне шума сначала наблюдается стохастическая бифуркация, в результате которой состояние равновесия в начале координат

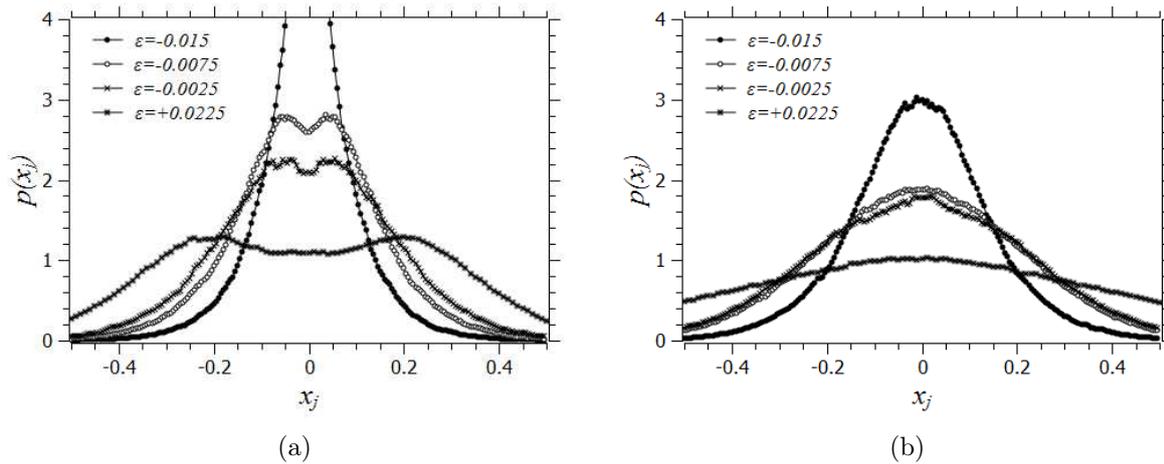


Рисунок 28: Графики стационарного распределения переменной x_j , $j = 1$ (a) и $(x_j - x_i)$, $j = 1$, $i = 50$ (b), полученные численно для модели (16) в случае неоднородного шума с интенсивностью $D = 0.05$ и различных значений параметра ε

перестает быть устойчивым и возникают стохастические колебания, затем происходит качественное изменение характера вероятностного распределения колебаний, связанное с возникновением автоколебательного режима. Имеется некоторое различие в поведении модели среды в случае пространственно-однородного и неоднородного шума. Границы возникновения стохастических колебаний и зашумленных автоколебаний в случае неоднородного шума смещаются в сторону меньших значений параметра возбуждения. В случае однородного шума эти границы соответствуют бифуркациям в отдельно взятом генераторе. Полученные результаты, вместе с результатами исследований параметрических осцилляторов, позволяют выработать пути подхода к управлению характеристиками стохастических колебаний путем изменения свойств шумовой накачки.

5 Модернизация метода анализа нестационарных режимов колебаний на основе совместного использования концепций вейвлетов и эмпирических мод

5.1 Введение

К настоящему времени разработан ряд методов анализа структуры сигналов, которые могут применяться в задачах исследования нестационарных процессов, например, в биологии, геофизике и других областях естествознания, где нестационарность регистрируемых в экспериментах сигналов является скорее правилом, чем исключением. Среди наиболее известных методов, разработанных за последние десятилетия, следует отметить метод анализа флуктуаций относительно тренда (АФТ) [31], вейвлет-анализ [32, 33], включая подходы, использующие вейвлеты в качестве составных частей более сложных алгоритмов цифровой обработки сигналов, и метод эмпирических мод, называемый также преобра-

зованием Гильберта-Хуанга [34, 35]. Если первый из этих подходов, метод АФТ, в основном применяется в качестве альтернативного инструмента исследования корреляционных свойств случайных и детерминированных процессов, не содержащих явно выраженных ритмических составляющих, то концепции вейвлетов и эмпирических мод представляют собой методы частотно-временного анализа процессов с меняющимися во времени характеристиками. Вейвлет-анализ за последние десятилетия превратился в один из самых популярных методов анализа структуры экспериментальных данных, позволяющий вводить в рассмотрение понятие локального энергетического спектра (или спектра в выбранный момент времени), по изменениям которого можно судить о перестройках в режиме функционирования исследуемой системы. Метод эмпирически мод является менее известным в естествознании инструментом анализа структуры экспериментальных данных, несмотря на то, что в ряде практических ситуаций он оказывается предпочтительнее подходов, использующих вейвлет-преобразование. В рамках первого этапа НИР был проведен критический обзор спектральных методов частотно-временного анализа нестационарных колебательных процессов, в котором были сформулированы достоинства и недостатки каждого из рассматриваемых подходов. В случае вейвлет-анализа преимуществом является наличие строгой математической теории, а к числу недостатков следует отнести проблему выбора используемого базиса, что приводит к появлению субъективных факторов, влияющих на результаты анализа (например, опыта экспериментатора). Метод эмпирически мод, напротив, позволяет проводить разложение сигнала на составляющие осцилляторные компоненты в автоматическом режиме и не требует выбора базиса, однако теория данного метода по-прежнему находится в стадии разработки, что не позволяет, например, строго обосновать ортогональность используемой системы функций разложения или лучшее спектральное разрешение. Численные эксперименты, проведенные в работах [34, 35], свидетельствуют о том, что спектральное разрешение преобразования Гильберта-Хуанга выше, чем у вейвлет-анализа, и данные выводы подкрепляются рядом примеров. Вышесказанное означает, что каждый из рассматриваемых подходов имеет свои особенности, и учет сильных сторон каждого из них может позволить улучшить качество цифровой обработки нестационарных процессов, регистрируемых в натуральных экспериментах. В рамках данной НИР мы используем идеологию совместного использования концепций вейвлетов и эмпирически мод в рамках единого подхода к анализу сигналов сложной структуры. Такой путь нам представляется более перспективным, чем противопоставление этих двух методов анализа экспериментальных данных.

5.2 Проблема интерференций при проведении вейвлет-анализа

Одной из ключевых проблем при использовании непрерывного вейвлет-преобразования является наличие интерференций, появляющихся в том случае, когда разница частот ритмических составляющих, присутствующих в анализируемом сигнале, не превышает спектральное разрешение выбранной вейвлетной функции в рассматриваемом частотном диапазоне [33]. Несмотря на то, что существуют теоретические оценки, позволяющие апри-

ори установить факт наличия возможных интерференций [33], эти оценки эффективны лишь для случая стационарной динамики исследуемой системы. В условиях сильно выраженной нестационарности, например, при сравнительно быстрых переходных процессах, сопровождающихся монотонным изменением мгновенных частот ритмических составляющих, эффекты интерференций могут усилиться, что приводит к проблемам корректной интерпретации результатов вейвлет-анализа. В частности, данные проблемы наглядно иллюстрируются на примере параллельных линейных чирпов, то есть сигналов с линейным изменением частот колебаний. Например, в работе [36] было показано, как эффекты интерференций усиливаются в высокочастотной области. Согласно рисунку 29, чем выше в спектральной области смещаются мгновенные частоты колебаний, тем сильнее проявляются осцилляции данных частот, которые отсутствуют в исходном сигнале и обусловлены наличием интерференций между сосуществующими ритмическими компонентами. Данное обстоятельство объясняется увеличением ширины спектральных линий вейвлет-преобразования с ростом частоты колебаний. Так как увеличение частоты означает уменьшение длительности вейвлетной функции во временной области (перемасштабированный вейвлет сохраняет то же самое число осцилляций, что и базисная функция, то есть уменьшается с уменьшением периода колебаний), в соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга, спектральное разрешение при этом ухудшается, что приводит к более широким линиям в вейвлет-спектре. Для того, чтобы устранить или снизить влияние интерференций, необходимо осуществлять подстройку частотно-временного окна вейвлет-преобразования, улучшая спектральное разрешение за счет ухудшения временного разрешения, однако при изучении широкополосных сигналов проведение такой подстройки сопряжено с различными техническими сложностями.

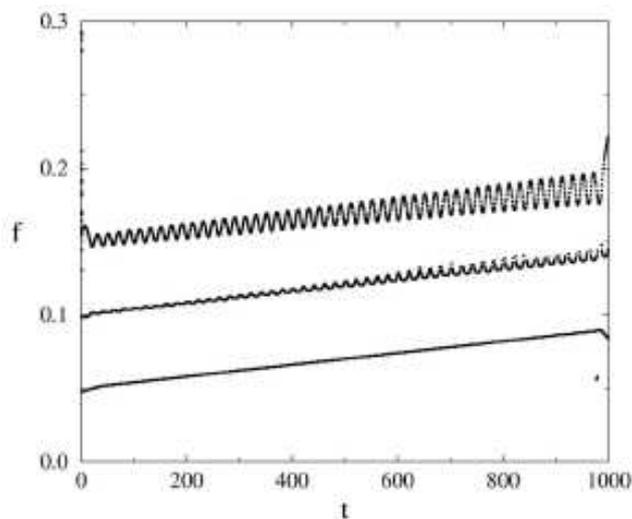


Рисунок 29: Появление интерференций мгновенных частот линейных чирпов, связанных с недостаточным спектральным разрешением

Данная проблема становится особенно актуальной в случае анализа многокомпонентных сигналов, содержащих большой набор ритмов с близкими частотами колебаний. Характерным примером может служить динамика внутриклеточных процессов, исследуемая

в рамках когерентной фазовой микроскопии [37]. Этот экспериментальный метод позволяет проводить неинвазивное исследование динамики клетки, не разрушая ее и не влияя на процессы, протекающие внутри клетки. Как отмечалось в отчете по 2 этапу НИР, внутриклеточная динамика характеризуется сложным спектральным составом, содержащим большое число независимых ритмических составляющих, их гармоник и комбинационных частот. Многие из сосуществующих ритмов характеризуются близкими частотами, что приводит к их взаимодействию в форме амплитудной и частотной модуляции колебаний [38, 39]. Однако при анализе частотно-временных спектров часто сложно различить случай модуляции, отражающий реально присутствующее взаимодействие ритмических процессов, и случай интерференций, вызванный недостаточно хорошим разрешением метода частотно-временного анализа на основе вейвлет-преобразования. Для идентификации случаев интерференций целесообразно проводить контроль частоты осцилляций, аналогичных осцилляциям, приведенным на рисунке 29. Соответствующая частота не совпадает с частотой более медленного ритма колебаний, как в случае частотной модуляции. Но при наличии большого числа ритмических составляющих и комбинационных частот такая проверка также является достаточно сложной, учитывая погрешности расчета мгновенных частот по экспериментальным данным. Для иллюстрации на рисунке 30 приведен спектр сигнала фазовой высоты, регистрируемой методом когерентной фазовой микроскопии в одной из точек нейрона пиявки.

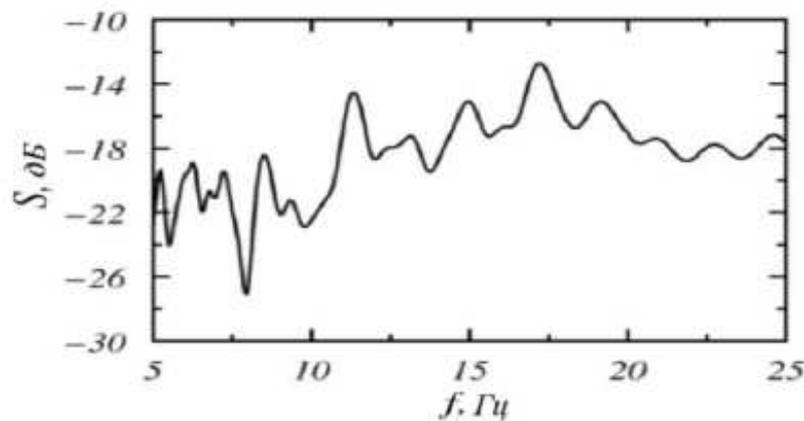


Рисунок 30: Спектр сигнала фазовой высоты, регистрируемой методом когерентно фазовой микроскопии в одной из точек нейрона пиявки

Частотно-временной анализ соответствующей динамики является слишком сложным для надежной диагностики явлений модуляции (рисунок 31). Даже при соответствующей настройке частотно-временного разрешения непрерывного вейвлет-преобразования не представляется возможным полностью устранить интерференции. Фактически, применительно к столь сложным объектам исследования как внутриклеточные процессы, мы лишены возможности проводить достоверный анализ взаимодействия регуляторных систем, приводящих к генерации ритмов.

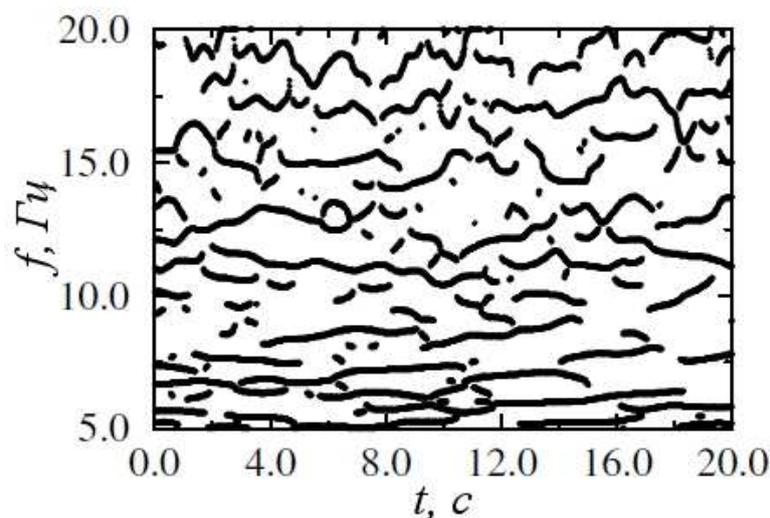


Рисунок 31: Частотно-временной спектр вейвлет-анализа внутриклеточных процессов, включающий мгновенные частоты всех ритмов, идентифицируемых в сигналах фазовой высоты. Данный рисунок соответствует усредненному энергетическому спектру, представленному на рисунке 30

5.3 Модернизированный метод анализа нестационарных режимов колебаний

Приведенный в разделе 5.2 пример исследования динамики внутриклеточных процессов является наглядной иллюстрацией тех ограничений, которые существуют при проведении вейвлет-анализа многокомпонентных нестационарных процессов. Главной причиной этих ограничений является недостаточно хорошее спектральное разрешение базиса вейвлетов, по которому раскладывается исследуемый сигнал. Одним из путей решения этой проблемы является предварительное разложение исходного сигнала на составляющие с помощью другого подхода, например, с помощью метода эмпирических мод. В соответствии с выводами монографии [35], метод эмпирических мод является значительно более эффективным инструментом исследования взаимодействия ритмических процессов с близкими (почти совпадающими) частотами, например, в случае, когда различие характерных временных масштабов модулируемого и модулирующего процессов сопоставимо со спектральным разрешением выбранной вейвлетной функции. Отделив независимые процессы с помощью метода эмпирических мод, исследователь далее получает возможность проводить детальный вейвлетный анализ каждой из этих мод по отдельности. Причем, этот анализ не обязательно должен ограничиваться лишь преобразованием Гильберта и расчетом мгновенных частот или амплитуд для каждой моды, как это предлагается в работе [34]. По мнению коллектива исполнителей НИР, само название “преобразование Гильберта-Хуанга” выбрано неудачно, так как анализ выделенных компонент в рамках концепции аналитического сигнала (с использованием преобразования Гильберта) является лишь частным случаем тех возможностей, которые могут быть реализованы с помощью метода эмпирических мод. Мы предлагаем вместо преобразования Гильберта проводить анализ выделенных мод на основе концепции вейвлетов, имеющей значительно более об-

ширные возможности количественного анализа структуры сигналов.

Наряду с более высоким спектральным разрешением метода эмпирических мод (в соответствии с выводами работ [35, 40]), этот подход позволяет осуществлять разложение сигнала $x(t)$ на независимые составляющие в автоматическом режиме, не требуя специальной настройки алгоритма, которая необходима при вейвлет-анализе (выбор вейвлета и осуществление компромисса между спектральным и временным разрешением вейвлет-функции являются задачами экспериментатора). Для выделения эмпирической моды $c_j(t)$ необходимо обеспечить равенство нулю ее локальных средних значений, что позволяет избежать проблем некорректного оценивания мгновенной частоты колебаний [34]. Это обеспечивается путем усреднения верхней огибающей сигнала $x(t)$ (т.е. огибающей, проходящей через локальные максимумы) и нижней огибающей (проходящей через минимумы данного сигнала). Результат усреднения $m_1(t)$ вычитается из $x(t)$, после чего снова осуществляется проверка равенства нулю локальных средних значений. После данной процедуры (проводимой в виде последовательных итераций) устраняются нежелательные флуктуации мгновенных характеристик, которые связаны с несимметричной формой исследуемого сигнала.

С точки зрения алгоритма проведения расчетов, вычитание из исходного сигнала $x(t)$ усредненной огибающей $m_1(t)$ позволяет перейти к новой функции

$$z_1(t) = x(t) - m_1(t), \quad (24)$$

которая является более симметричной по сравнению с $x(t)$, но не обязательно удовлетворяет условию нулевого локального среднего уровня, вычисляемого путем усреднения огибающих $z_1(t)$. Поэтому авторы работы [34] предложили проводить вычитание усредненной огибающей до тех пор, пока данное условие не будет выполнено:

$$z_{11}(t) = z_1(t) - m_{11}(t), \dots, z_{1k}(t) = z_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t). \quad (25)$$

Вычисленная в результате данной итерационной процедуры функция времени $z_{1k}(t)$ рассматривается в качестве первой эмпирической моды $c_1(t) = z_{1k}(t)$, характеризующей ритмическую активность с минимальным из характерных временных масштабов, которые присутствуют в исследуемом сигнале. Чтобы по аналогии можно было идентифицировать и выделять эмпирические моды, соответствующие более медленным ритмическим составляющим, необходимо провести вычитание $c_1(t)$ из $x(t)$. В результате будет получен сигнал

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t), \quad (26)$$

который далее анализируется по аналогии с вышеописанной итерационной процедурой для исходного сигнала $x(t)$.

Таким образом, расчет каждой следующей эмпирической моды проводится после вы-

читания предыдущей моды:

$$r_2(t) = r_1(t) - c_2(t), \dots, r_n(t) = r_{n-1}(t) - c_n(t). \quad (27)$$

Процесс проведения вычислений завершается при получении монотонной функции $r_n(t)$, не содержащей осцилляторных компонент (тренда). После выделения всех эмпирических мод исходный сигнал $x(t)$ можно представить в виде суммы функций $c_j(t)$ и тренда $r_n(t)$:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j(t) + r_n(t). \quad (28)$$

Метод эмпирических мод, по сути, является новым вариантом разложения сигнала на составляющие, которые характеризуются разными временными масштабами. Каждая из выделенных эмпирических мод представляет собой сигнал, который может изучаться отдельно от остальных компонент временной функции $x(t)$. В рамках данной НИР предлагается проводить исследование выделенных мод на основе вейвлет-анализа, позволяющего детально охарактеризовать структуру каждой из них. Так как первоначально проводится разложение сигнала на независимые составляющие с помощью метода, более эффективно по сравнению с вейвлетами при анализе многокомпонентных процессов, это позволяет снизить влияние возможных интерференций, обеспечив более качественный анализ структуры экспериментальных данных.

На рисунке 32 приводится пример разложения на эмпирические моды другого сигнала, отражающего динамику биологической системы, – проксимального давления в канальце структурного элемента почки (нефрона). Выбор данного примера обусловлен тем обстоятельством, что динамика нефрона содержит лишь два основных ритмических процесса, связанных с существованием механизмов канальцево-гломерулярной обратной связи и миогенным откликом гладкой мышечной стенки артериол [41], и спектр соответствующего сигнала включает гармоники и комбинационные частоты двух указанных ритмов колебаний. Это существенно более простой пример по сравнению с динамикой внутриклеточных процессов (см. рисунок 31).

Рассмотрение выделенных эмпирических мод в качестве входных сигналов для вейвлет-анализа позволяет изучать механизмы регуляции скорости микроциркуляции крови по отдельности, выявляя структурные изменения, происходящие, например, при трансформации нормальных физиологических процессов в функционировании почки в патологические [42]. В этом случае появляется возможность проведения более качественного исследования эффектов взаимодействия колебательных процессов в динамике живых систем, что открывает новые диагностические перспективы.

5.4 Выводы

В ходе выполнения НИР была предложена модернизация метода анализа нестационарных режимов колебаний на основе совместного использования концепций вейвлетов и

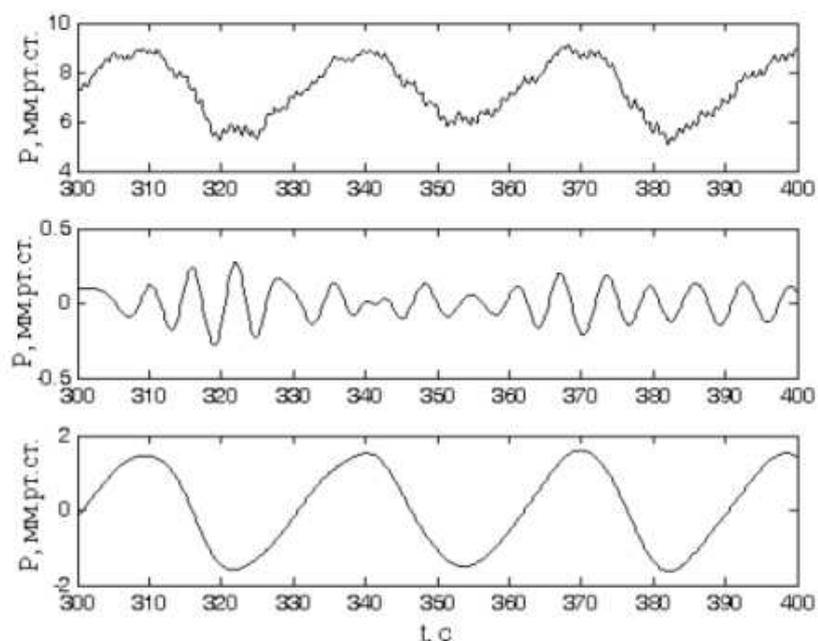


Рисунок 32: Пример разложения сигнала проксимального давления в канальце нефрона (сверху) на эмпирические моды, соответствующие миогенному механизму (в середине) и механизму канальцево-гломерулярной обратной связи (снизу)

эмпирических мод. Применение метода эмпирически мод позволяет разложить исходный сигнал на независимые составляющие, несущие информацию о колебательных процессах, протекающих в различных частотных диапазонах. Из-за более высокого спектрального разрешения [34, 35], данный подход позволяет эффективнее изучать динамику систем с близкими в частотной области ритмами колебаний, не приводя к столь сильным интерференциям, которые наблюдаются при использовании вейвлет-преобразования. Это обстоятельство позволяет предложить проведение предварительного анализа сигналов, регистрируемых в натуральных экспериментах, на основе концепции эмпирических мод, что позволит разложить сигнал на независимые компоненты, используемые в качестве входных процессов для вейвлет-преобразования. Последующий анализ выделенных эмпирических мод с помощью вейвлетов позволяет детально проанализировать их структуру, избежав основных проблем, связанных с наличием интерференций. Предлагаемый подход представляет значительный интерес в исследованиях динамики живых систем, где он позволяет расширить арсенал средств диагностики и изучения процессов трансформации нормальных физиологических процессов в патологические.

6 Разработка метода защиты передаваемой информации с использованием хаотических сигналов и специальных способов детектирования

6.1 Введение

Обеспечение конфиденциальности информации, передаваемой по каналу связи, традиционно является одной из актуальных проблем радиофизики, и исследования в этой области имеют длительную историю [43]. Существуют различные подходы к решению данной проблемы, включающие, например, разработку более эффективных принципов помехоустойчивого кодирования и шифрации данных. Наряду с применением различных шифров и кодов, вызывает значительный интерес применение в технике связи новых носителей информации, включая хаотические процессы [44]. Применение хаотических сигналов в качестве маскирующих или несущих колебаний представляет собой один из новых способов защиты информации в системах связи, активно разрабатываемый с начала 1990-х годов. Первые работы, посвященные использованию явления динамического хаоса для обеспечения конфиденциальности передаваемых сообщений, заложили теоретические основы новых принципов кодирования и детектирования информационных сигналов [45–49]. В предложенных структурных схемах практической реализации процедуры детектирования информационных сообщений, передаваемых путем модуляции параметров генератора хаотических колебаний, расположенного в передающем устройстве или путем аддитивного суммирования информационного сигнала и хаотических маскирующих колебаний, был сделан акцент на явлении полной синхронизации колебаний. Однако эффективность таких структурных схем ограничивается требованием высокой идентичности генераторов приемника и передатчика, которую сложно обеспечить на практике. Несмотря на достигнутые успехи по передаче речевых и музыкальных сигналов в низкочастотном и в радиодиапазонах [50], стало ясно, что применение явления полной хаотической синхронизации не позволяет улучшать характеристики систем связи, использующих хаотические сигналы, так как приводит к серьезным ограничениям на качество канала связи.

Возможными решениями существующей проблемы являются модификации систем связи путем использования явления обобщенной хаотической синхронизации [51] или отказ от принципов хаотической синхронизации и применение альтернативных способов детектирования. В качестве таких способов может быть использована, например, техника реконструкции динамических систем, позволяющая устранить ряд принципиальных проблем, присущих системам связи, использующим принцип синхронизации хаоса [52, 53]. Значительный прогресс в развитии систем связи, применяющих явление динамического хаоса, был достигнут в работах группы А.С. Дмитриева (ИРЭ РАН, г. Москва), предложивших схему прямохаотической радиосвязи и использование для передачи сообщений хаотических радиоимпульсов [44, 54].

Вместе с тем следует отметить, что применение хаотических колебаний для передачи

информационных сообщений в настоящее время относится к числу развивающихся направлений, и создание новых принципов кодирования и детектирования передаваемых сигналов, способных обеспечить возможности создания систем связи, конкурентоспособных по сравнению с существующими аналогами, является актуальной задачей науки и техники. С этой целью представляется целесообразным использование современных информационных технологий в области анализа сложных сигналов и систем.

6.2 Теоретические основы предлагаемого метода защиты информации

Наиболее близким к предлагаемому в рамках НИР методу защиты передаваемой информации является метод, разработанный авторами статьи [45]. Он предусматривает добавление хаотического маскирующего сигнала к передаваемому информационному сообщению и проведение процедуры детектирования на основе явления полной синхронизации колебаний. Для обеспечения высокого уровня защищенности передаваемого сообщения обеспечивается условие слабого информационного сигнала, маскируемого хаотическими колебаниями большой интенсивности. Это означает, что влияние шумов в канале связи является одним из критических факторов, существенно влияющей на эффективность схемы коммуникаций, предложенной в работе [45]. Основным недостатком метода [45] является принцип детектирования, не позволяющий обеспечить приемлемое качество передачи сообщений, так как наряду с шумами в канале связи будут присутствовать ошибки детектирования из-за различий параметров генераторов приемника и передатчика. Фактически, если значения параметров генераторов будут существенно отличаться (более чем на 1-2%), то это приведет к тому, что выделить информационное сообщение с приемлемой точностью не удастся [44]. В этой связи модернизация существующих и развитие новых подходов для защищенной передачи информации является важной научной проблемой. В рамках НИР предлагается новый подход к решению задачи защищенной передачи информации, который использует импульсное кодирование и альтернативный принцип детектирования информационных сигналов, использующий технику искусственных нейронных сетей.

Технический результат, достигаемый в предлагаемом методе передачи информации, состоит в переходе от систем связи с двумя идентичными генераторами хаотических колебаний в приемном и передающем устройствах к системам связи, содержащим генераторы импульсных сигналов только в передающем устройстве. Кроме того, предлагаемый метод предусматривает новый принцип детектирования передаваемых сообщений, основанный на нейросетевом методе распознавания сигналов. Отметим, что ранее нейросетевые методы не применялись для решения рассматриваемого круга задач, несмотря на то, что они представляют собой мощный математический аппарат распознавания форм сигналов, принимаемых в условиях сильных помех.

Поставленная задача достигается тем, что в методе защищенной передачи информации, включающем генерацию последовательности одиночных импульсов, кодирующей передаваемое сообщение, аддитивное суммирование с хаотической последовательностью мас-

кирующих одиночных импульсов, передачу суммарного сигнала по каналу связи к приемному устройству, детектирование информационного сообщения, согласно решению перед детектированием проводят распознавание формы импульсов на основе нейросетевого метода, а в процессе детектирования преобразуют интервалы времени между кодирующими импульсами в информационное сообщение.

Детектирование осуществляют с использованием блока цифровой обработки сигналов, выполненного с возможностью идентифицировать формы одиночных импульсов в условиях помех с применением принципов нейросетевого распознавания образов.

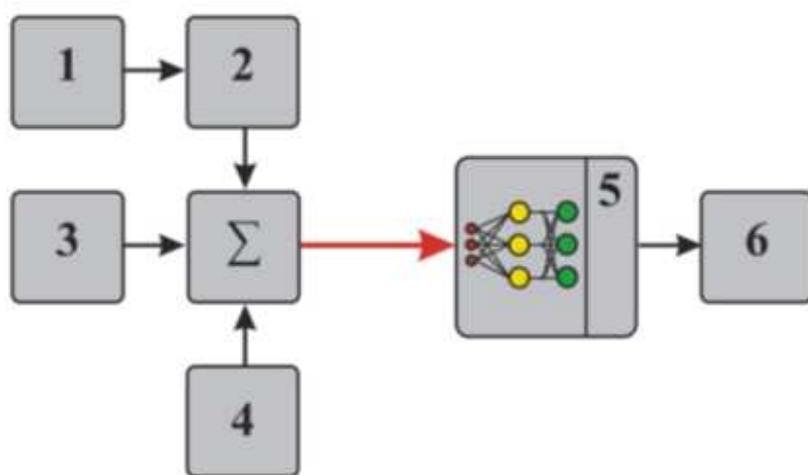


Рисунок 33: Схема для реализации предлагаемой системы защиты передаваемой информации

На рисунке 33 представлена схема для реализации системы передачи информации с использованием импульсного кодирования, где

- 1 – блок преобразования информационного сигнала в точечный процесс;
- 2 – генератор одиночных импульсов;
- 3 – генератор хаотической последовательности маскирующих одиночных импульсов;
- 4 – источник шума;
- 5 – блок распознавания формы одиночного импульса;
- 6 – преобразователь точечного процесса в информационный сигнал.

Предлагаемый метод заключается в следующем. Информационный сообщение (аналоговый сигнал) с помощью блока 1 преобразуется в точечный процесс, в котором носителями информации являются интервалы времени между моментами генерации одиночных импульсов, форма которых задается генератором 2. Преобразование в точечный процесс может проводиться в рамках модели “накопление-сброс”, предусматривающей интегрирование сигнала и генерацию импульсов при достижении интегралом заданного порогового уровня, после чего значение интеграла обнуляется [55]. Полученный сигнал суммируется с хаотической последовательностью одиночных импульсов незначительно отличающейся формы, которые генерируются в блоке 3. Для обеспечения защиты передаваемой информации подмешивается шум (блок 4), приводящий к искажениям формы передаваемых импульсов. Интенсивность шума является достаточно большой для того, чтобы затруднить

процедуру идентификации формы импульса. Дополнительно данная процедура осложняется наличием шумов в канале связи. В приемном устройстве осуществляется распознавание зашумленных сигналов с помощью блока 5, содержащего микропроцессор, запрограммированный на реализацию процедуры нейросетевого метода. Использование микропроцессора является простым и дешевым вариантом исполнения, позволяющим эффективно решать задачу распознавания формы сигнала в условиях сильных помех. Выделенный точечный процесс далее преобразуется в исходный информационный сигнал в блоке 6. По аналогии, данный метод может быть реализован для цифровых сигналов.

Процедура выделения последовательности импульсов, кодирующей передаваемое сообщение, базируется на стандартном методе распознавания сигналов – применении искусственных нейронных сетей, в простейшем варианте, в виде трехслойного перцептрона, использующего математическое описание нейрона в виде модели Маккалока-Питса [56]. Более эффективные методы распознавания могут основываться на вейвлетных нейронных сетях [57], способных снизить погрешность идентификации формы зашумленного импульса [58]. Выбор того или иного типа нейросети не является принципиальным для практической реализации предлагаемого нами способа защиты передаваемой информации, и определяется техническими требованиями к характеристикам канала связи. В частности, при высоком уровне шумов использование вейвлетных нейронных сетей является более предпочтительным вариантом распознавания форм импульсных сигналов.

Распознавание сигналов с помощью нейросети требует предварительной процедуры ее настройки (обучения) на заранее известных последовательностях одиночных импульсов, и после данной настройки проводится идентификация формы зашумленных импульсов, поступающих на вход приемного устройства. Предварительная настройка нейросети на известной последовательности одиночных импульсов генераторов 2 и 3 является “ключом” к последующему отделению информационного сигнала от маскирующей хаотической последовательности импульсов похожей формы. Вне зависимости от выбора типа нейросети, правила обучения можно обобщить в виде следующего алгоритма вычислений:

- 1) Задаются начальные значения синаптических коэффициентов и пороговых уровней нейросети, а также вейвлет-коэффициентов (в случае использования вейвлетных нейросетей);
- 2) Проводится распознавание форм одиночных импульсов обучающей выборки. После распознавания каждой формы импульса вычисляется погрешность на основе стандартного алгоритма обратного распространения ошибки [59], и корректируются коэффициенты и пороговые уровни нейросети;
- 3) Процедура распознавания и коррекции повторяется в течение определенного количества этапов обучения, которое определяется, исходя из специфики решаемой задачи (выбранных форм импульсных сигналов).

После предварительной настройки нейросеть позволяет разделять информационную последовательность одиночных импульсов, кодирующую передаваемое сообщение, и маскирующую хаотическую последовательность импульсов. Не располагая настроенной ней-

росетью, при высоком уровне шумов, подмешиваемых к передаваемому сигналу, сторонний наблюдатель не сможет достоверно различить формы импульсов генераторов 2 и 3.

6.3 Сравнительный анализ методов распознавания импульсных сигналов, передаваемых по каналу связи

Рассмотрим несколько подходов к решению задачи автоматического распознавания сигналов типа одиночного импульса в условиях помех. Одним из наиболее эффективных вариантов решения данной задачи является привлечение метода анализа главных компонент (АГК). В частности, в работе [60] приводится ряд примеров успешного использования АГК для распознавания близких по форме нейронных потенциалов действия, что является нейрофизиологическим аналогом проблемы распознавания информационного кода. В самом общем случае АГК позволяет производить классификацию объектов по наиболее явным отличиям при наличии как сильных, так и слабых фоновых помех. Данный метод в классическом представлении не требует дополнительной процедуры обучения (в отличие от нейросетевых подходов) и поэтому его относят к методам автоматического распознавания. АГК предусматривает разложение сигнала по собственным векторам ковариационной матрицы (главным компонентам) с использованием коэффициентов разложения в качестве характеристик для классификации. С точки зрения математики, собственные вектора образуют ортогональную систему, вдоль основных направлений которой характеристики отличий классифицируемых объектов принимают экстремальные значения. Основная информация о характерных различиях объектов содержится в первых главных компонентах, что объясняется уменьшением собственных значений ковариационной матрицы с ростом порядкового номера.

Классификация при помощи АГК проводится путем вычисления скалярного произведения классифицируемых векторов и первых собственных векторов ковариационной матрицы. Результатом классификации является пространство характеристик, в котором строятся результаты разложения в виде точечных множеств. Отдельные множества с явно выраженной границей образуют кластеры, количество которых тождественно количеству классов в исходном множестве векторов. При этом, чем сильнее выражена кластеризация пространства характеристик, тем меньше ошибка классификации данного метода.

Не менее эффективными являются алгоритмы распознавания сигналов импульсного типа на основе коэффициентов вейвлет-анализа, которые далее будут обозначаться как вейвлетный метод классификации (ВМ). С точки зрения используемого математического аппарата с этой целью может применяться как дискретное вейвлет-преобразование, допускающее возможность проведения быстрых расчетов в рамках пирамидального алгоритма разложения сигнала, так и непрерывное вейвлет-преобразование, способное обеспечить более наглядное представление результатов, интуитивно более понятное для специалистов в области радиофизики [61]. При задании дискретных значений частоты $\omega = 2^j$ и целочисленных смещений вдоль временного ряда k , коэффициенты вейвлет-преобразования C_{jk} ,

используемые для решения задачи распознавания сигнала $x(t)$, вычисляются по формуле

$$C_{jk} = [W_{\psi}x] \left(\frac{1}{2^j}; \frac{k}{2^j} \right) = \frac{1}{2^{-j/2}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi^*(2^j t - k)dt, \quad (29)$$

где ψ – базисная функция вейвлет-преобразования, а звездочка обозначает комплексное сопряжение. В работе [62] была продемонстрирована возможность автоматического распознавания импульсных сигналов близкой формы при наличии помех на основе коэффициентов C_{jk} . Вследствие того, что количество вычисляемых коэффициентов велико, необходимо каким-то образом выбрать те из них, которые обеспечивают минимальную ошибку распознавания. Авторы статьи [62] предложили с этой целью выбирать коэффициенты, характеризующиеся максимальными средними значениями или максимальными среднеквадратичными отклонениями. Однако такой подход далеко не всегда эффективен на практике – коэффициенты C_{jk} , характеризующиеся наибольшими среднеквадратичными отклонениями, могут не привести к разделению кластеров в пространстве характеристик вейвлетных классификаторов формы импульсов [63]. В ранее проводимых исследованиях коллектива исполнителей НИР [64] был предложен количественный критерий, позволяющий судить об эффективности разделения кластеров:

$$\Delta = \frac{|\langle C_{jk}^2 \rangle - \langle C_{jk}^1 \rangle|}{\sqrt{8}\sigma}, \quad (30)$$

где σ – стандартное отклонение измерительного шума. Согласно полученным экспериментальным результатам по использованию вейвлетных классификаторов в данной НИР предлагается обобщенный вид данной характеристики

$$\Delta = \frac{\sum_{n,m,n \neq m} |\langle C_{jk}^n \rangle - \langle C_{jk}^m \rangle|}{\sum_{l=1}^K \sigma_l}. \quad (31)$$

Формулы (30) и (31) схожи, однако последний вариант дает возможность исследователям проводить классификацию для K классов на основе ВМ без дополнительной процедуры адаптации метода, то есть ВМ может быть использован как автоматический метод определения формы импульса. В выражении (31) σ_l – это среднеквадратическое отклонение точек пространства характеристик, а $\langle C_{jk}^n \rangle$ – среднее значение вейвлет-коэффициентов n -го класса.

Нейросетевые методы распознавания формы сигналов являются еще одним вариантом решения рассматриваемой проблемы, и соответствующий подход неоднократно демонстрировал свою эффективность при решении широкого круга задач, включая сигналы импульсного типа [58]. В отличие от вышеперечисленных методов АГК и вейвлет-анализа, метод искусственных нейронных сетей (НС) предусматривает проведение предварительного обучения и настройки параметров, поэтому его относят к числу “полуавтоматических” подходов. Наиболее популярным методом обучения НС является метод обратного распространения ошибки (МОРО) [65]. Согласно алгоритму МОРО, осуществляется процедура

минимизации функционала ошибки

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{j=N_{out}} (y_j - y_j^s)^2, \quad (32)$$

например, на основе градиентного метода

$$\begin{aligned} \vec{P}^{(1)} &= \vec{e}_1 W^{(0)} + \vec{e}_1 \Theta^{(0)} - \vec{e}_1 h \frac{\partial E(\vec{P})}{\partial W} \Big|_{\Theta}^{(0)} - \vec{e}_2 h \frac{\partial E(\vec{P})}{\partial \Theta} \Big|_W^{(0)} = \\ &= \vec{e}_1 \left(W^{(0)} - h \frac{\partial E(\vec{P})}{\partial W} \Big|_{\Theta}^{(0)} \right) + \vec{e}_2 \left(\Theta^{(0)} - h \frac{\partial E(\vec{P})}{\partial \Theta} \Big|_W^{(0)} \right). \end{aligned} \quad (33)$$

Данный метод подразумевает схему корректировки синаптических коэффициентов и пороговых уровней $P(W, \Theta)$, которая предполагает, что нелинейные функции активации являются дифференцируемыми. Данная корректировка осуществляется путем последовательного распознавания известных априори импульсных сигналов (каждый сигнал распознается в рамках отдельной “эпохи” настройки нейросети). Несмотря на то, что в настоящее время известно много различных архитектур искусственных нейронных сетей, выбор конкретной архитектуры определяется индивидуальными особенностями рассматриваемой задачи. Оптимальным представляется перебор из нескольких вариантов нейросетей для минимизации ошибки распознавания исследуемых сигналов. Процедура настройки НС детально описана, например, в монографии [66].

Проведем сравнительный анализ методов распознавания сигналов импульсного типа при наличии помех. Ключевым вопросом в решении задачи распознавания является то, насколько эффективным является используемый алгоритм в присутствии фоновых шумов, и как влияет статистика шума на эффективность методов классификации. Если спектры фонового шума и информационного сигнала не перекрываются в частотной области, то флуктуации не оказывают принципиального влияния и могут быть отфильтрованы из анализируемого временного ряда. Если же происходит перекрытие спектров, то полностью устранить шум на этапе предварительной обработки экспериментальных данных не представляется возможным. В проводимых тестовых экспериментах внимание акцентировалось именно на этом случае.

Проведем вначале сопоставление АГК и ВМ. С этой целью была сгенерирована тестовая последовательность, содержащая две формы импульсных сигналов, изображенных на рисунке 34. Порядок следования импульсов каждой формы задавался случайным образом. Для тестирования рассматриваемых подходов были выбраны формы импульсов, соответствующих нейронным потенциалам действия. Данный выбор обусловлен тем обстоятельством, что именно на нейронных спайках проверялась эффективность многих известных методов классификации [60, 62]. Сама задача распознавания (классификации) сигналов, генерируемых нейронами, путем анализа внеклеточных электрических потенциалов относится к числу актуальных задач нейродинамики, являясь необходимым промежуточным звеном при исследовании принципов кодирования информации в нейронных сетях. Дис-

кретизация точек по временной шкале составляет 0,0001 с, что соответствует частотному диапазону нейронных спайков. Количество отсчетов, приходящихся на один импульс, было выбрано равным 32.

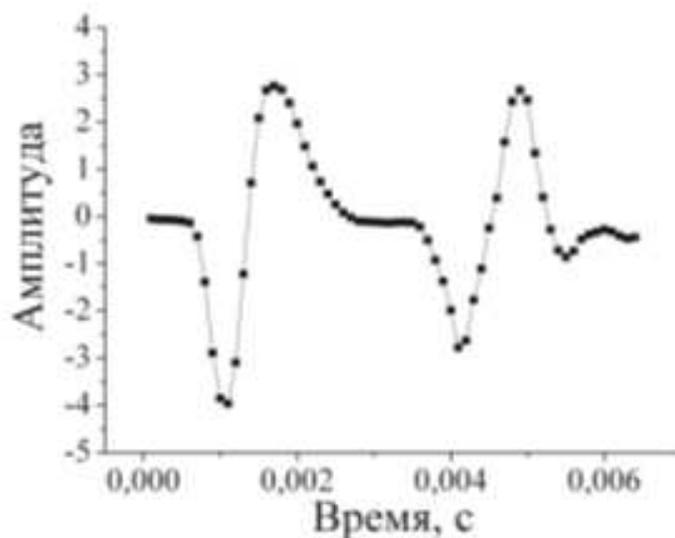


Рисунок 34: Характерные формы импульсов в анализируемом сигнале

В проводимых тестовых экспериментах в качестве источника флуктуаций был выбран нормально-распределенный случайный процесс, подвергнутый процедуре полосовой фильтрации. На рисунке 35 представлена зависимость ошибки распознавания импульсных сигналов при различном отношении сигнал/шум для метода АГК. Следует отметить, что ошибка метода зависит от ширины полосы частот полосно-пропускающего фильтра, увеличиваясь при ее уменьшении.

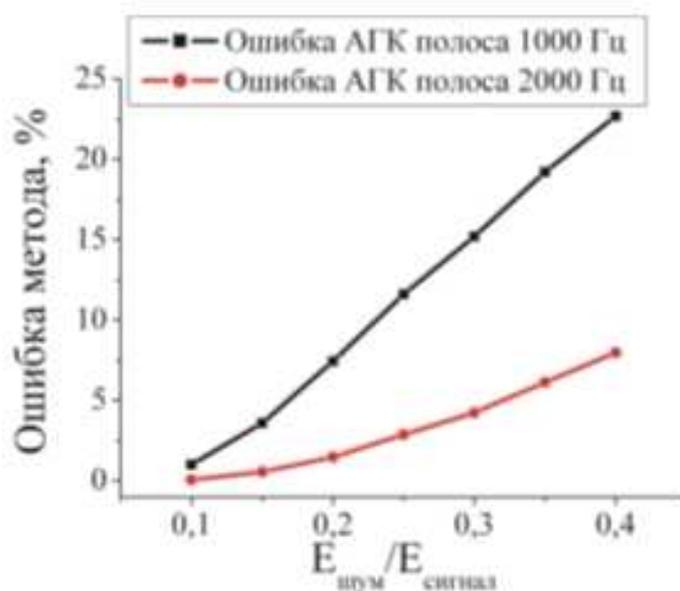


Рисунок 35: Зависимость ошибки распознавания сигналов на основе метода АГК

Другая ситуация была зафиксирована при использовании вейвлет-анализа (рисунок 36.

В этом случае уменьшение частотного диапазона при фильтрации сопровождалось снижением ошибки метода. Главная сложность состоит в выборе оптимальных коэффициентов вейвлет-преобразования, но для реализации данного выбора существуют различные алгоритмы, которые могут быть реализованы в автоматическом режиме. В частности, в одной из ранее опубликованных работ коллектива исполнителей НИР был предложен способ поиска вейвлет-коэффициентов, наилучшим образом выявляющих различия в формах импульсных сигналов [63]. Сопоставление результатов, представленных на рисунках 35 и 36, позволяет сделать вывод о том, что для применения вейвлетных классификаторов формы зашумленного импульса представляется целесообразным проводить узкополосную фильтрацию анализируемого сигнала, тогда как при использовании АГК такая фильтрация лишь ухудшает результаты автоматического распознавания близких по форме импульсов.

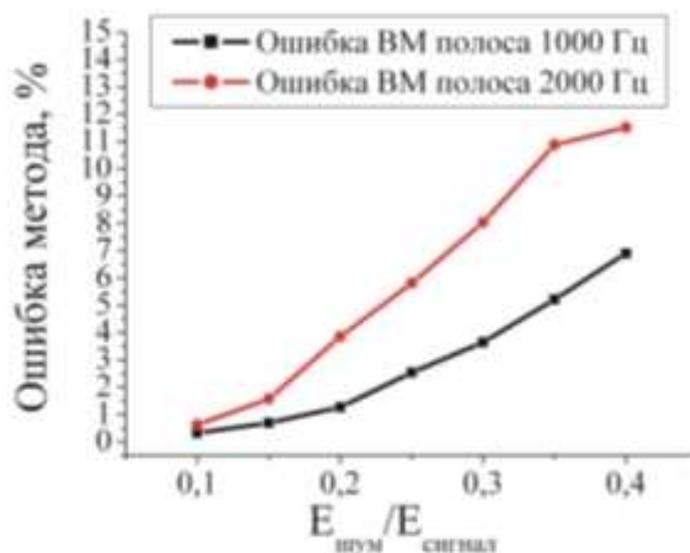


Рисунок 36: Зависимость ошибки распознавания сигналов на основе вейвлет-анализа

Проведем теперь сопоставление АГК и ВМ с нейросетевым методом распознавания импульсных сигналов. Для этого были проведены аналогичные тестовые эксперименты. Для НС-метода на этапе настройки нейросети была использована обучающая выборка, содержащая известный априори порядок следования импульсов, но при этом не была известна информация о статистике присутствующих флуктуаций. На рисунке 37 представлены полученные результаты тестирования. Было установлено, что НС обеспечивает более эффективную классификацию при наличии узкополосных фоновых шумов, а при наличии широкополосного фонового шума НС демонстрирует существенный рост ошибки. Фактически, это означает, что для эффективного применения нейросетевого метода распознавания формы импульсов, как и в случае ВМ, представляется целесообразным проводить предварительную узкополосную фильтрацию сигнала. Несмотря на то, что такая фильтрация может внести искажения в форму самого сигнала, это является менее критичным, чем снижение ошибки идентификации близких по форме импульсов, относящихся к разным классам. С точки зрения решаемой задачи, эффект возможных иска-

жений не является принципиальным для корректной работы алгоритма детектирования информационного сигнала.

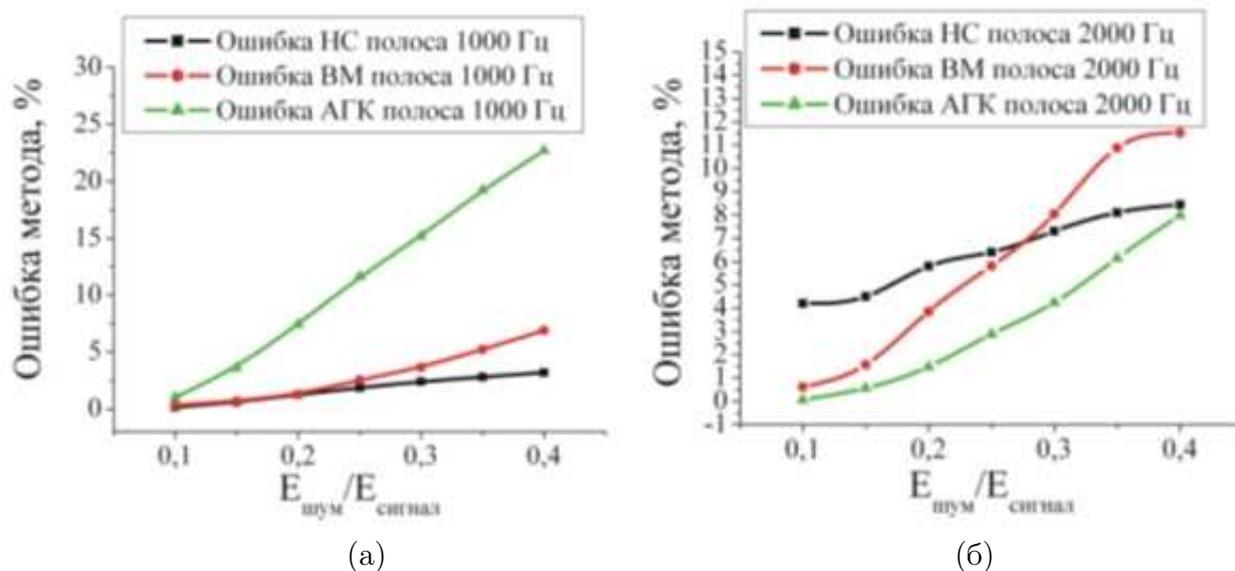


Рисунок 37: Зависимость ошибки распознавания сигналов при наличии шума в полосе частот а) 0-1000 Гц, б) 0-2000 Гц

Для дополнительного сравнения эффективности используемых подходов к распознаванию сигналов при наличии помех был проведен численный эксперимент, в котором сопоставлялись методы АГК и НС. Порядок проведенного эксперимента аналогичен предыдущим. Процедура адаптации для алгоритма на основе НС содержала выборку, в которой учитывалось два основных критерия: формы импульсов, статистические и спектральные характеристики фонового шума. Таким образом, в ходе проведенного тестирования на этапе обучения нейросети использовались априорные сведения о характеристиках присутствующего шума, то есть процедура обучения проводилась с использованием источника шума с известной статистикой. Это позволило существенно улучшить результаты распознавания форм импульсных сигналов (рисунок 38). В частности, для приведенного примера ошибка метода АГК составила 32%, ошибка нейросетевого метода составила 0%. Приведенный результат является хорошим примером тому, что эффективное разделение форм сигналов на основе алгоритма НС возможно только лишь в случае предоставления оптимальной обучающей выборки, с использованием максимально полной априорной информации. Подобный результат может быть обобщен и для большинства других полуавтоматических методов распознавания сигналов. Также последний численный эксперимент объясняет причины возникновения сложностей с распознаванием сигналов в экспериментально регистрируемых данных. В последнем случае всегда будут возникать ошибки, связанные с оценкой двух факторов: формы сигнала и характеристик фонового шума. Поэтому даже при построении высокоточных адаптивных алгоритмов будет получена ошибку метода, которая может варьироваться в широких пределах. В проводимых в рамках НИР тестовых экспериментах, в зависимости от формы сигналов и отношения сигнал/шум ошибка варьировалась в диапазоне в среднем от 1 до 20%.

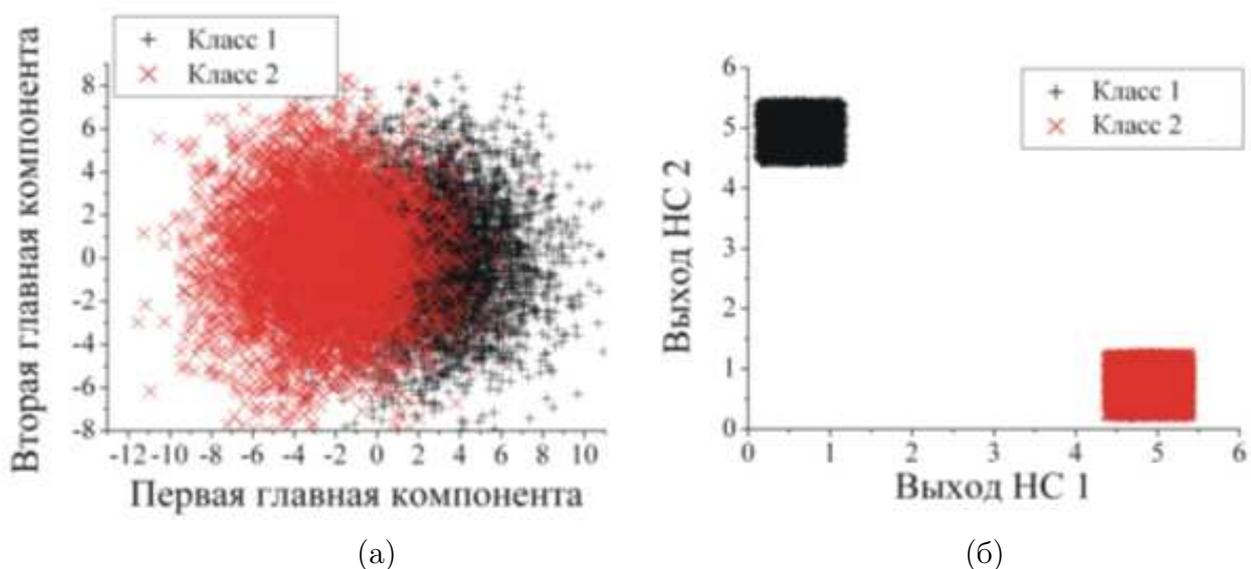


Рисунок 38: Результаты разделения импульсных сигналов в пространстве характеристик метода а) АГК, б) НС

По проведенным тестовым экспериментам методы автоматического и полуавтоматического распознавания сигналов можно разделить по характерным особенностям, связанным со свойствами функционала ошибки. Из результатов тестовых экспериментов можно сделать следующие выводы. АГК и ВМ являются методами автоматического распознавания, эффективность которых увеличивается при наличии, соответственно, широкополосных и узкополосных фоновых шумов. Метод на основе искусственных нейросетей требует дополнительной процедуры адаптации и настройки, от корректности выполнения которой существенно зависит ошибка распознавания близких по форме сигналов разных классов. Минимальная ошибка распознавания на основе метода НС может быть достигнута при учете на этапе адаптации двух основных критериев: формы сигналов, статистических характеристик фоновых шумов. Если не учесть хотя бы один из этих факторов, то оптимум в виде ошибки распознавания, близкой к нулю, становится недостижимым.

6.4 Результаты тестирования предлагаемого метода защиты информации

После предварительной настройки нейросеть позволяет разделять информационную последовательность одиночных импульсов, кодирующую передаваемое сообщение, и маскирующую хаотическую последовательность импульсов. Не располагая настроенной нейросетью, при высоком уровне шумов, накладывающихся на передаваемый сигнал, сторонний наблюдатель не сможет достоверно различить формы импульсов генераторов 2 и 3 (см. рисунок 33).

Сравнительный анализ нейросетевых методов распознавания формы импульсных сигналов и других методов цифровой обработки экспериментальных данных свидетельствует об эффективности аппарата искусственных нейронных сетей при решении данных задач.

В частности, проведенные в работе [58] тестовые исследования свидетельствуют о возможности распознавания не менее трех различных форм зашумленных импульсных сигналов с помощью нейросетевых методов. Это позволяет осуществить реализацию системы многоканальной связи, при которой принимаемый на входе приемного устройства сигнал будет содержать несколько информационных сообщений. С точки зрения практической реализации такой системы связи необходимо включить дополнительные блоки в схему, изображенную на рисунке 33, а именно, количество блоков 1, 2 и 6 должно равняться количеству одновременно передаваемых информационных сигналов. Подобная ситуация была смоделирована в численном эксперименте, который включал в себя процедуру кодирования, попытку несанкционированного доступа к передаваемой информации (без использования настроенной нейросети), а также детектирования сообщения в двухканальном режиме с применением блока 5 (рисунок 33). Отношение энергии фонового шума и информационного сигнала в проведенном эксперименте было равно 0.3. Результаты проведенного тестового эксперимента показаны на рисунке 39. Как следует из приведенного рисунка, попытка несанкционированного доступа (в данном случае, она предполагала распознавание импульсных сигналов с помощью вейвлет-анализа, незашумленные формы импульсов были неизвестными) не позволила осуществить выделение информационных сообщений. Настроенная нейросеть данную задачу решает эффективно даже при сильных помехах. Поэтому искусственное добавление шума в передаваемый сигнал представляет собой способ повысить защищенность рассматриваемой схемы многоканальной передачи информации наряду с расширением числа каналов.

После разделения импульсов на кластеры в пространстве характеристик нейросетевого метода, принадлежность каждого конкретного импульса определенному кластеру идентифицируется с помощью стандартного метода k -средних [60]. При использовании трех типов импульсов, как в примере, приведенном на рисунке 39, предлагаемый способ позволяет реализовать процедуру одновременной передачи двух информационных сообщений, для чего нужно предусмотреть наличие двух генераторов импульсных сигналов, кодирующих передаваемую информацию, и генератора хаотической последовательности маскирующих одиночных импульсов.

Проведенные исследования подтвердили также возможность одновременной передачи более двух информационных сообщений, замаскированных в хаотической последовательности одиночных импульсов генератора 3 (см. рисунок 33). К числу достоинств предложенного метода относятся:

- 1) Отсутствие проблемы идентичности генераторов приемного и передающего устройства, существенно ограничивающей возможности метода [45], основанного на явлении полной синхронизации хаотических колебаний;
- 2) Высокая помехоустойчивость метода защищенной передачи информации, существенно превосходящая возможности альтернативного подхода, основанного на реконструкции динамических систем [53];
- 3) Оригинальный метод детектирования. До настоящего времени аппарат искусствен-

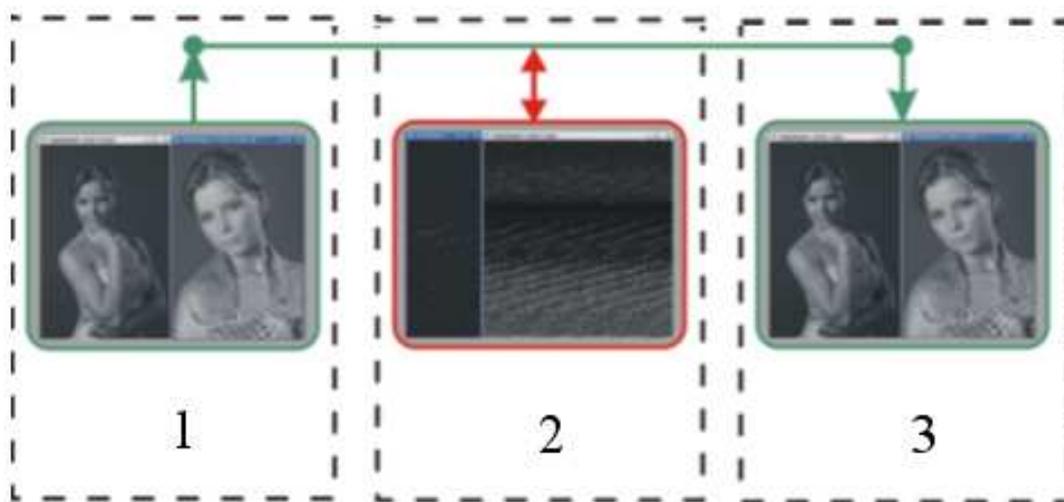


Рисунок 39: Пример защищенной передачи графической информации в двухканальном режиме. Цифрами обозначены: 1 - два передаваемых изображения, 2 - пример детектирования в случае несанкционированного доступа, 3 - детектирование с помощью настроенной нейросети, обеспечивающее близкую к нулю ошибку детектирования даже при высокой интенсивности аддитивного шума.

ных нейронных сетей не применялся в системах связи, использующих хаотические маскирующие сигналы.

Таким образом, положительными эффектами заявляемого метода защищенной передачи информации являются высокая помехоустойчивость, возможность многоканальной передачи информации в режиме реального времени и новый принцип детектирования информационных сообщений в приемном устройстве.

6.5 Выводы

При выполнении НИР были изучены возможности методов автоматического и полуавтоматического распознавания импульсных сигналов при наличии помех и продемонстрировано, что наличие априорной информации о форме импульсов и статистике фонового шума позволяют существенно (на порядок и более) снизить ошибки распознавания сильно зашумленных последовательностей импульсов схожей формы. Это позволило предложить метод защищенной передачи информации, использующий новый принцип детектирования передаваемых сообщений, который основан на использовании техники искусственных нейронных сетей. В рамках предложенного подхода проводится импульсное кодирование информационного сообщения, суммирование полученной последовательности импульсов с хаотической последовательностью импульсов, форма которых имеет незначительные различия и подмешивание шума для усложнения процедуры детектирования стороннему наблюдателю. Таким образом, предусматривается хаотическая маскировка информационного сигнала и фазовое кодирование сообщений. Результирующий сигнал поступает в приемное устройство, которое содержит блок цифровой обработки сигналов (микропроцессор, запрограммированный на реализацию процедуры нейросетевого метода), с помощью

которого информационная последовательность импульсов отделяется от маскирующей последовательности. Как отмечалось в разделе 6.4, степень защищенности предложенного метода растет с ростом количества каналов. Это связано с тем, что задача распознавания характерных форм импульсов в условиях сильных помех существенно усложняется с ростом числа этих характерных форм. Предложенный подход позволяет устранить ряд недостатков, присущих альтернативным подходам. В частности, он не требует наличия идентичных генераторов в приемном и передающем устройствах, что является одной из принципиальнейших проблем для подходов, основанных на явлении синхронизации колебаний. В отличие от метода, базирующегося на реконструкции динамических систем, подход, предложенный в рамках данной НИР, обладает существенно более высокой помехоустойчивостью, что является одним из основных его преимуществ. Предварительные оценки свидетельствуют о том, что данный подход способен обеспечить существенное расширение числа каналов для передачи информационных сигналов по сравнению с методами, основанными на явлении синхронизации или реконструкции динамических систем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведения научных исследований получены следующие принципиальные научные результаты:

1. Разработана модель стохастической автоколебательной системы.
2. Получен комплекс данных о динамике локализованных двумерных волн, включающий оценки их скорости, энергии, времени жизни в широком диапазоне параметров модели способ визуализации локализованных волн плотности солитонного типа в двумерной решетке.
3. Создан экспериментальный образец автоколебательных систем с развитой фазовой мультистабильностью. С его помощью проведены исследования механизмов синхронизации в системе с развитой фазовой мультистабильностью.
4. Разработан метод управления характеристиками стохастических колебаний путем изменения статистических свойств шумовой накачки.
5. Разработан метод защиты передаваемой информации с использованием хаотических сигналов и специальных способов детектирования.

По материалам исследований подготовлены и изданы научные публикации [67–76], в том числе: статьи [67–72, 75, 76], монография [74] и учебное пособие [73]. Результаты исследований могут быть будут использованы для подготовки студентов, магистров, молодых кандидатов и докторов наук по специальностям «радиофизика и электроника», «физика» и «медицинская физика» на физическом факультете СГУ; модернизации существующих учебных курсов «Основы теории колебаний», «Статистическая радиофизика», «Введение в нелинейную динамику», «Методы численного анализа экспериментальных данных», «Теория дискретных систем», «Детерминированный хаос», «Синхронизация колебаний», «Основы теории распределенных систем», «Анализ временных рядов» и лабораторного практикума «Электронное моделирование сложных систем и процессов».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Стратонович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. –Москва: Сов. радио, 1961.
2. Хорстнемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы. –Москва: Мир, 1987.
3. Arnold L. Random dynamical systems. –Berlin: Spriger, 2003.
4. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. –Москва: Институт компьютерных исследований, 2003.
5. Bashkirtseva I., Ryashko L., Schurz H. Analysis of noise-induced transitions for Hopf system with additive and multiplicative random disturbances // Chaos, Solitons, and Fractals. – 2009. –Vol.39. –P. 7–16.
6. Ланда П.С. Возбуждение хаотических и стохастических колебаний в различных системах // Изв. Вузов. Прикладная нелинейная динамика. –2009. –Т. 18 –№1. –С. 1–10.
7. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. –Москва: Наука, 1981.
8. Bobryk R.V., Chruszczyk A. Colored noise induced parametric resonance // Physica A. –2002. –Vol. 316. –P. 225–232.
9. Aumaître S., Mallick K., Francois P. Noise-induced bifurcations, multiscaling and on-off intermittency // J. of Stat. Mech. –2007. –Vol. 7. –P 07016.
10. Anichchenko V., Vadivasova T., Strelkova G. Stochastic self-sustained oscillations of non-autonomous system. // The European Physical Journal. –2010. –Vol. 187. –P. 109–125.
11. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Стрелкова Г.И. Автоколебания динамических и стохастических систем и их математический образ – аттрактор. // Нелинейная динамика. –2010. Т. 6. –№ 2. С.1–20.
12. Arecchi F.T., Meucci R., Puccioni G., Tredicce J. Experimental Evidence of Subharmonic Bifurcations, Multistability, and Turbulence in a Q-Switched Gas Laser. // Phys. Rev. Lett. –1982. –Vol. 49. –P. 1217-1220.
13. Prengel F., Wacker A. Scholl E. Simple model for multistability and domain formation in semiconductor superlattices. // Phys. Rev. B. –1994. –Vol. 50. –P. 1705-1712.
14. Sun N.G., Tsironis G.P. Multistability of conductance in doped semiconductor superlattices. // Phys. Rev. B. –1995. –Vol. 51. –P. 11221-11224.

15. Foss J., Longtin A., Mensour B., Milton J. Multistability and Delayed Recurrent Loops. // Phys. Rev. Lett. –1996. –Vol. 76. –P. 708-711.
16. Астахов В.В., Безручко Б.П., Гуляев Ю.П., Селезнев Е.П. Мультистабильные состояния в диссипативно связанных Фейгенбаумовских системах. // Письма в ЖТФ. –1989. –Т. 15. –№ 3. –С. 60-65.
17. Астахов В.В., Безручко Б.П., Ерастова Е.Н., Селезнев Е.П. Формы колебаний и их эволюция в диссипативно связанных фейгенбаумовских системах. // Журнал Технической Физики. –1990. –Т. 60. –№ 10. –С. 19-26.
18. Астахов В.В., Шабунин А.В., Анищенко В.С. Спектральные закономерности при формировании мультистабильности в связанных генераторах с удвоением периода. // Радиотехника и Электроника. –1997, –Т. 42. –С. 974-981.
19. Shabunin A., Feudel U., Astakhov V. Phase multistability and phase synchronization in an array of locally coupled period-doubling oscillators. // Physical Review E. –2009. –Vol. 80. –P. 026211.
20. Bezruchko B.P., Prokhorov M.D., Seleznev E.P. Oscillation types, multistability, and basins of attractors in symmetrically coupled period-doubling systems. // Chaos, Solitons and Fractals. –2003. –Vol. 15. –P. 695-711.
21. Khibnik A.I., Roose D., Chua L. Chua's Circuit: A Paradigm for Chaos. –Singapour: World Scientific, 1993.
22. Komuro M., Tokunaga R., Matsumoto T., Chua L.O., Hotta A. Global bifurcation analysis of the double-scroll circuit. // Int. J. Bifurcation and Chaos. –1991. –Vol. 1. –P. 139-182.
23. Anishchenko V.S., Astakhov V.V., Vadivasova T.E., Sosnovtseva O.V., Wu C.W., Chua L. Dynamics of two coupled Chua's circuits. // Int. J. of Bifurcation and Chaos. –1995. –Vol. 5. –P. 1677-1699.
24. Neiman A., Schimansky-Geier L., Cornell-Bell A., Moss F. Noise-enhanced phase synchronization in excitable media // Phys. Rev. Lett. –1999. –Vol.83. –P. 4896-4899.
25. Hu B., Zhou Ch. Phase synchronization in coupled nonidentical excitable systems and array-enhanced coherence resonance // Phys. Rev. E. –2000. –Vol.61. –P. R1001 (1-4).
26. Anishchenko V.S., Akopov A.A., Vadivasova T.E., Strelkova G.I. Mechanisms of chaos onset in an inhomogeneous medium under cluster synchronization destruction // New Journal of Physics. –2006. –Vol.8. –P. 84(1-11).
27. Слепнев А.В., Вадивасова Т.Е.. Бифуркации удвоения периода и эффекты шумового воздействия в мультистабильной автоколебательной среде. // Известия ВУЗов. Прикладная Нелинейная Динамика. –2011. –Т. 19 –№ 4. –С. 53-64.

28. Хорстнемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы. Москва: Мир, 1987.
29. Arnold L. Random dynamical systems. Bifurcation theory. –Berlin: Spriger, 2003.
30. Вадивасова Т.Е., Анищенко В.С. Стохастические бифуркации. // Известия ВУЗов. Прикладная Нелинейная Динамика. –2009. –Т.17. –№ 4. –С. 170 – 181.
31. Peng C.-K., Havlin S., Stanley H., Goldberger A. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series // Chaos. –1995. –Vol. 5. –P. 82–87.
32. Meyer Y. Wavelets: Algorithms and applications. –Philadelphia: S.I.A.M., 1993.
33. Daubechies I. Ten lectures on wavelets. –Philadelphia: S.I.A.M., 1992.
34. Huang N.E., Shen Z., Long S.R., Wu M.C., Shih H.H., Zheng Q., Yen N.-C., Tung N.-C., Liu H.H. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis // Proc. R. Soc. London Ser. A –1998. –Vol. 454. –P. 903-932.
35. Huang N.E., Shen S.P. (eds.) Hilbert-Huang transform and its applications. –Singapore: World Scientific, 2005.
36. Анисимов А.А., Павлова О.Н., Тупицын А.Н., Павлов А.Н. Вейвлет-анализ чирпов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. –2008. –Т. 16. –№5. – С. 3–11.
37. Тычинский В.П. Когерентная фазовая микроскопия внутриклеточных процессов // Успехи физических наук. –2001. –Т. 171. –№4. –С. 649–662.
38. Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Brazhe N.A., Brazhe A.R., Erokhova L.A., Maksimov G.V., Mosekilde E. Interference microscopy under double-wavelet analysis: a new approach to studying cell dynamics // Physical Review Letters. –2005. –Vol. 94. –P. 218103.
39. Brazhe N.A., Brazhe A.R., Pavlov A.N., Erokhova L.A., Yusipovich A.I., Maksimov G.V., Mosekilde E., Sosnovtseva O.V. Unraveling cell processes: interference imaging weaved with data analysis // Journal of Biological Physics. –2006. –Vol. 32. –P. 191–208.
40. Wang H., Kim S., Ju K., Chon K.H. A high resolution approach to estimating time-frequency spectra and their amplitudes // Ann. Biomed. Eng. –2006. –Vol. 34. –P. 326–338.
41. Holstein-Rathlou, N.-H., Marsh D.J. Oscillations of proximal tubular pressure, flow, and distal tubular pressure and chloride concentration in rats // Am. J. Physiol. Renal Fluid Electrolyte Physiol. –1989. –Vol. 256. –P. F1007–F1014.
42. Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Pavlova O.N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H. Characterizing multimode interaction in renal autoregulation // Physiological Measurement. –2008. –Vol. 29. –P. 945–958.

43. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. –Москва: Госэнергоиздат, 1956.
44. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. –Москва: Физматлит, 2002.
45. Cuomo K.M., Oppenheim A.V. Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications // Phys. Rev. Lett. –1993. –Vol. 71. –P. 65-68.
46. Cuomo K.M., Oppenheim A.V. Communication using synchronized chaotic systems // US Patent №5291555 от 01.03.1994.
47. Kocarev L., Halle K.S., Eckert K., Chua L.O., Parlitz U. Experimental demonstration of secure communications via chaotic synchronization // Int. J. Bifurcation Chaos. –1992. –Vol. 2. –P. 709–713.
48. Dedieu H., Kennedy M.P., Hasler M. Chaos shift keying: modulation and demodulation of a chaotic carrier using self-synchronizing Chua's circuit // IEEE Trans. Circuits Syst. –1993. –Vol. 40. –P. 634–641.
49. Parlitz U. Estimating model parameters from time series by autosynchronization // Phys. Rev. Lett. –1996. –Vol. 76. –P. 1232–1235.
50. Dmitriev A.S., Panas A.I., Starkov S.O. Experiments on speech and music signals transmission using chaos // Int. J. Bifurcation and Chaos. –1995. –Vol. 5, –№4. –P. 1249–1257.
51. Короновский А.А., Москаленко О.И., Попов П.В., Храмов А.Е. Способ секретной передачи информации // Патент РФ №2295835 от 20.03.2007.
52. Anishchenko V.S., Pavlov A.N. Global reconstruction in application to multichannel communication // Phys. Rev. E. –1998. –Vol. 57. –P. 2455-2457.
53. Павлов А.Н., Анищенко В.С. Способ многоканальной конфиденциальной передачи информации // Патент РФ №2382502 от 20.02.2010.
54. Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О. и др. Способ передачи информации с помощью хаотических сигналов // Патент РФ №2185032 от 27.07.2000.
55. Racicot D., Longtin A. Interspike interval attractors from chaotically driven neuron models // Physica D. –1997. –Vol. 104. –P. 184–204.
56. Haykin S. Neural networks. A comprehensive foundation. –New York: Prentice Hall, 1999.
57. Zhang Q., Benveniste A. Wavelet networks // IEEE Trans. Neural Networks. –1992. –Vol. 3. –P. 889-897.

58. Тупицын А.Н., Назимов А.И., Павлов А.Н. Идентификация потенциалов действия малых ансамблей нейронов с применением вейвлет-анализа и метода нейронных сетей // Известия Саратовского университета. Новая серия. Физика. –2009. –№2. –С. 49–65.
59. Callan R. The essence of neural networks. –New York: Prentice Hall, 1999.
60. Lewicki M.S. A review of methods for spike sorting: the detection and classification of neural action potentials // Network Comput. Neural Syst. –1998. –Vol. 9. –P. R53–R78.
61. Addison P.S. The illustrated wavelet transform handbook: applications in science, engineering, medicine and finance. – Bristol: IOP Publishing, 2002.
62. Letelier J., Weber P. Spike sorting based on discrete wavelet transform coefficients // Journal of Neuroscience Methods. –2000. –Vol. 101. –P. 93-106.
63. Pavlov A.N., Makarov V.A., Makarova I., Panetsos F. Sorting of neural spikes: when wavelet based methods outperform principal component analysis // Natural Computing. –2007. – Vol. 6. –P. 269–281.
64. Макаров В.А., Павлов А.Н., Тупицын А.Н. Сортировка нейронных спайков на основе параметрического вейвлет-анализа с адаптивной фильтрацией // Цифровая обработка сигналов. –2008. –№3. –С. 26–31.
65. Rumelhart D.E., Hinton G.E., Williams R.J. Learning representations of back-propagation errors // Nature. –1986. –Vol. 323. –P. 533–536.
66. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. –Москва: Вильямс, 2006.
67. А.В. Слепнев, Т.Е. Вадивасова. Бифуркации удвоения периода и эффекты шумового воздействия в мультистабильной автоколебательной среде. // Известия ВУЗов. Прикладная Нелинейная Динамика. –2011. –Т. 19 –№4. –С.53 – 64
68. A.Zakharova, J.Kurths, T.Vadivasova, A.Koseska, Analysing dynamical behavior of cellular networks via stochastic bifurcations// PLoS ONE. –2011. –Vol.6. –№ 5 –P. 19696.
69. Chetverikov A.P., Ebeling W., Velarde M.G. Properties of nano-scale soliton-like excitations in two-dimensional lattice layers // Physica D. –2011. (в печати)
70. Chetverikov A.P., Ebeling W., Velarde M.G. Localized nonlinear, soliton-like waves in two-dimensional anharmonic lattices // Wave Motion. –2011. (в печати).
71. Chetverikov A.P., Ebeling W., Velarde M.G. Soliton-like Dynamical Clusters in Atomic Layers // Nucleation Theory and Applications –2011.–P.191-201.
72. Astakhov V., Koblyansky S., Shabunin A., Kapitaniak T. Peculiarities of the transitions to synchronization in coupled systems with amplitude death // Chaos. –2011. –Vol. 21. –P 023127(1-12).

73. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е. Лекции по нелинейной динамике. –Москва: Изд-во Института компьютерных исследований, 2011.
74. Думский Д.В., Павлов А.Н. Применение вейвлет-анализа в задачах исследования структуры сигналов. –Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2011.
75. Павлова О.Н., Анисимов А.А., Назимов А.И., Павлов А.Н. Синхронная динамика нефронных кластеров // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. –2011 –Т. 11. 1 (в печати).
76. Павлов А.Н., Павлова О.Н., Семячкина-Глушковская О.В., Семячкин-Глушковский И.А. Анализ динамики почечного кровотока с применением вейвлетов // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Химия, биология, экология. –2011. –Т. 11 (в печати).