

А.В.Хохлов

ИССЛЕДОВАНИЕ
ЧАСТОТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ
РАДИОСИГНАЛОВ В LC-ЦЕПЯХ
(Линейные LC-фильтры)

*Учебное пособие для спецтрактуума по курсу
"Теоретические основы радиоэлектроники"*

Ц е л ь р а б о т ы: исследование особенностей частотной фильтрации радиосигналов в LC-цепях и принципов создания LC-фильтров нижних и верхних частот, полосовых и заграждающих (режективных).

Литература

1. Калинин В.И., Герштейн Г.М. Введение в радиофизику. М.: Гостехиздат, 1957.
2. Хохлов А.В. Теоретические основы радиоэлектроники. Саратов. Изд-во Саратов. ун-та, 2005.
3. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. Л.: Энергия, 1972.
4. Нефедов В.И. Основы радиоэлектроники. М.: Высш.шк., 2000.
5. Каяцкас А.А. Основы радиоэлектроники. М.: Высш.шк., 1988.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение электрического частотного фильтра, ФНЧ, ФВЧ, ПФ и ЗФ.
2. Изобразите эквивалентные схемы ФНЧ, ФВЧ, ПФ и ЗФ в виде Т- и П-образных звеньев. Запишите формулы для частот среза в ФНЧ, ФВЧ, ПФ, ЗФ. Как определить полюсы пропускания фильтра графически?
3. Как записать условия пропускания LC-фильтра? Изобразите частотные зависимости функций затухания $\alpha(\omega)$, ФЧХ $\beta(\omega)$ и характеристических сопротивлений Z_0^T и $Z_0^П$ для ФНЧ, ФВЧ, ПФ, ЗФ.
- 4*. Поясните принципы увеличения крутизны кривых ослабления вблизи частот среза с помощью производных m -звеньев. Изобразите эквивалентные схемы последовательно-производного и параллельно-производного звена ФНЧ ФВЧ,

Задания для самостоятельной работы

1. Вывести формулы (11) - (14) для ФНЧ и (15) - (18) для ФВЧ.
2. По заданным параметрам фильтров, рассчитать частоты среза f_{cp} для ФНЧ и ФВЧ, а также полосы пропускания $f_{cp2} - f_{cp1}$ для ПФ и задерживания $f_{cp2} - f_{cp1}$ для ЗФ.
3. По формулам (12), (14), (16) и (18) рассчитать для ФНЧ и ФВЧ фазочастотные характеристики $\beta(f)$ и частотные зависимости характеристикских сопротивлений.
4. По формулам (12) и (16) рассчитать резонансные частоты замкнутого на конце δ -мизвенных ФНЧ и ФВЧ при условиях, что на полной длине фильтра укладывается четверть волны, 1, 2 или 4 полуволны напряжения.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Электрическим частотным фильтром (или сокращенно просто *Фильтром*) называется устройство, предназначенное для частотного разделения электрических сигналов и представляющее четырехполюсник, ослабление которого в некоторой полосе частот мало по сравнению с остальными частотами (рис. 1). Частотные свойства фильтра определяются амплитудно-частотной $K(\omega) = |K(\omega)|$ и фазо-частотной $\arg K(\omega)$ характеристиками (АЧХ и ФЧХ). Вместо АЧХ обычно используется функция ослабления $\alpha(\omega) = -20 \lg K(\omega)$.

Диапазон частот, в котором ослабление меньше заданного значения α_n , называется *полосой пропускания*, а область или области спектра, в которых ослабление больше заданного значения α_s , называется *полосой задерживания*. По расположению полос пропускания и задерживания различают *фильтры низких* (а не низких!) *частот* (ФНЧ), *высоких* (а не высоких!) *частот* (ФВЧ), *полосовые* (ПФ) и *резективные* или *заграждающие* (РФ) или ЗФ).

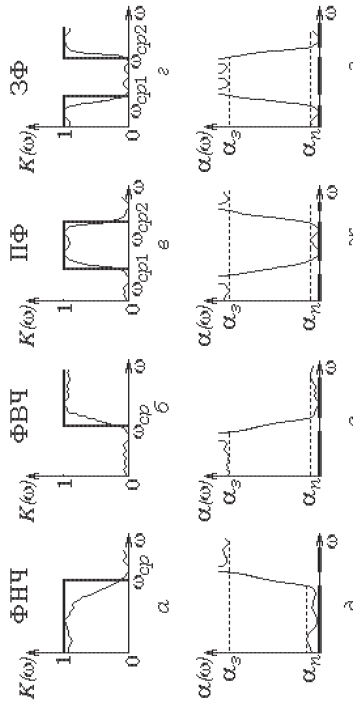


Рис. 1. Зависимости $K(\omega)$ и $\alpha(\omega)$ для ФНЧ (а, д), ФВЧ (б, е), ПФ (в, ж) и ЗФ (з, з)

На рис. 1, а-г показаны частотные зависимости коэффициентов передачи (жирные линии – для идеальных фильтров, тонкие – для реальных), а на рис. 1, д-з – ослабления α различных фильтров. Для идеальных фильтров в полосе пропускания $K=1$ (ослабление $\alpha_n=0$), а в полосе задерживания $K=0$ (ослабление $\alpha_s=\infty$). Частоты, разделяющие полосы пропускания и задерживания, соответствуют точкам разрыва $K(\omega)$ и называются *частотами среза*.

Реальные фильтры могут быть пассивными, состоящими из индуктивностей и емкостей (пассивные LC-фильтры) или из сопротивлений и емкостей (пассивные RC-фильтры), активными (ARC-фильтры), с перелючными конденсаторами (AC-фильтры), электромеханическими (кварцевыми), магнитоэлектрическими, пьезоэлектрическими и другими. Они обладают конечными ослаблениями $\alpha_n \neq 0$ в полосе пропускания и $\alpha_s \neq \infty$ в полосе задерживания (рис. 1, а-з), а $K(\omega)$ соединяет α_n и α_s плавной кривой (рис. 1, д-з). Поэтому между полосами пропускания и задерживания (подчеркнуты) вводятся *перегородки* (не подчеркнуты) *полосы* (или *зоны*).

Основы теории LC-фильтров

Главными задачами теории являются:

- 1) определение условий пропускания и задерживания;
- 2) определение границ полос пропускания (частот среза);
- 3) вывод уравнений частотных характеристик;
- 4) исследование условий и методов согласования фильтров с нагрузочными сопротивлениями.

При построении теории фильтров используются методы и основные выводы теории четырехполосников [2, с.154-163], а сами фильтры представляются эквивалентными схемами четырехполосников. Теоретические модели LC-фильтров чаще всего строятся для симметричных T- или П-элементов

Условия пропускания и задерживания. Частоты среза. Если электрический фильтр в виде симметричного П- или T-образного звена согласован на входе и выходе, то его можно описать уравнениями четырехполосника с A-матрицей [2, с.156]

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1m} &= \dot{A}_{11}\dot{U}_{2m} + \dot{A}_{12}\dot{I}_{2m} = \dot{U}_{2m}\text{ch}\dot{\gamma} + \dot{I}_{2m}\dot{Z}_0\text{sh}\dot{\gamma}, \\ \dot{I}_{1m} &= \dot{A}_{21}\dot{U}_{2m} + \dot{A}_{22}\dot{I}_{2m} = \frac{\dot{U}_{2m}}{\dot{Z}_0}\text{sh}\dot{\gamma} + \dot{I}_{2m}\text{ch}\dot{\gamma}, \end{aligned}$$

и выразить коэффициенты последней через характеристические параметры: сопротивление \dot{Z}_0 и постоянную передачи $\dot{\gamma} = \alpha + j\beta$ [2, с.158-160]:

$$A_{11} = \text{ch}\dot{\gamma} = \text{ch}(\alpha + j\beta) = \text{ch}\alpha \cos\beta + j\text{sh}\alpha \sin\beta = 1 + \frac{\dot{Y}\dot{Z}}{2}. \quad (1)$$

Для частотной фильтрации сигналов \dot{Z} - и \dot{Y} -ветви должны обладать различными сопротивлениями: одна – емкостным, другая – индуктивным. В противном случае первое уравнение имеет решение лишь при $\alpha > 0$ и полоса пропускания отсутствует.

Пусть, \dot{Z} и \dot{Y} – дуальные реактивные двухполосники ($\dot{Z} = jX$, $\dot{Y} = jB$). Тогда $\dot{Z}\dot{Y}/4 = -XB/4$, а коэффициент передачи

картины АЧХ фильтра. Последовательно подключаем генератор и осциллограф ко всем фильтрам, зарисовать АЧХ фильтра ($K(f)$).

2. Переводим генератор из режима свипирования в режим гармонических колебаний и перестраивая его вручную, измерить частоты среза для каждого вида фильтров. Сопоставить экспериментально полученные частоты среза с рассчитанными в п.2 задания для самостоятельной работы.

Для заданного преобразователем фильтра измерить частоты и уровень выходных напряжений для максимумов и минимумов АЧХ и объяснить происхождение этих локальных экстремумов.

3. Представить рассчитанные в п.3 задания для самостоятельной работы зависимости в виде графиков $\beta(f)$ и $Z_0(f)$.

4*. Для одного из фильтров по указанию преподавателя рассчитать элементы последовательно- и параллельно-производного m -звена при $m = 0.6$ и представить полученные схемы ячеек m -звеньев. Объяснить преимущества m -звеньев перед k -звеном и механизм улучшения характеристик фильтра.

5. Пронаблюдать образование стоячих волн в замкнутых на концах цепочках ФНЧ- и ФВЧ-звеньев. Для этого замкнуть тумблерами выходные клеммы фильтров. Поочередно устанавливая на генераторе частоты, близкие резонансных, полученные в п.4 задания для самостоятельной работы, и используя специальные гнезда на панели фильтров, измерить милливольтметром В3-38 распределения напряжений вдоль ячеек фильтров. Объяснить закономерности полученных распределений напряжений.

$$A_{11} = \text{sh} \alpha \cos \beta + j \text{sh} \alpha \sin \beta = 1 + \frac{Z\dot{Y}}{2} = 1 - \frac{XB}{2}$$

становится вещественной величиной, меньшей единицы. Отсюда следуют два равенства:

$$\text{sh} \alpha \cos \beta = 1 + \frac{Z\dot{Y}}{2} = 1 - \frac{XB}{2} < 1, \quad \text{sh} \alpha \sin \beta = 0.$$

Второе равенство выполняется либо при $\alpha = 0$ (полоса пропускания), либо при $\beta = \pm\pi$ ($\alpha \neq 0$) (полоса задерживания). Тогда в полосе пропускания идеального фильтра ($\alpha_n = 0$) имеем

$$\alpha = 0, \quad \cos \beta = 1 - \frac{XB}{2} \quad \text{или} \quad \beta = \arccos \left(1 - \frac{XB}{2} \right), \quad (2)$$

$$\beta = \pm\pi, \quad \text{sh} \alpha = \frac{XB}{2} - 1 \quad \text{или} \quad \alpha = \text{Arch} \left(\frac{XB}{2} - 1 \right), \quad (3)$$

где $\text{Arch}(z)$ – обратная $z = \text{sh} \alpha$ гиперболическая функция.

Так как $|\cos \beta| \leq 1$, то $1 + Z\dot{Y}/2$ может изменяться от -1 до 1 , а условие прозрачности принимает вид

$$-1 \leq \frac{Z\dot{Y}}{4} \leq 0. \quad (4)$$

Итак, в полосе прозрачности фильтра сопротивления продольных элементов Z должны быть меньше, чем учетверенные сопротивления поперечных элементов

$$|\dot{Z}| \leq |4\dot{Y}|. \quad (5)$$

Частоты среза LC-фильтра соответствуют предельным значениям сопротивлений, обеспечивающим равенства в (4). Это возможно, если $Z = 0$ или $\dot{Y} = 0$ на одном краю и $Z\dot{Y} = -4$ на другом краю диапазона пропускаемых частот или $Z\dot{Y} = -4$ на двух границах диапазона, а $Z = 0$ и $\dot{Y} = 0$ где-нибудь внутри области прозрачности.

Уравнения частотных характеристик Для вывода уравнений частотных характеристик обратимся к формулам (3) и (4), примем во внимание, что Z и \dot{Y} зависят от ω , и проанализируем два случая $\alpha = 0$ (полоса пропускания) и $\alpha \neq 0$, $\beta = \pm\pi$ (область задерживания). В полосе пропускания

$$\alpha = 0, \quad \beta(\omega) = \arccos \left(1 - \frac{X(\omega)B(\omega)}{2} \right), \quad (6)$$

а в полосе задерживания

$$\alpha(\omega) = \text{Arch} \left| \frac{X(\omega)B(\omega)}{2} - 1 \right|, \quad \beta = \pm\pi. \quad (7)$$

Характеристические сопротивления. Проблемы согласования.

Согласно теории четырехполюсников [2, с.158-163] они удовлетворяют соотношениям

$$\dot{Z}_0^T = \sqrt{\frac{Z}{\dot{Y}}} \sqrt{1 + \frac{Z\dot{Y}}{4}}, \quad \dot{Z}_0^H = \sqrt{\frac{Z}{\dot{Y}}} / \sqrt{1 + \frac{Z\dot{Y}}{4}} \quad (8)$$

и имеет размерность $\left[\frac{\text{число звеньев}}{c} \right]$.

При закорачивании цепочки фильтров система становится резонансной и на определенных (резонансных) частотах вдоль цепочки укладываются целое число полуволн напряжения стоячей волны, т. е.

$$\beta N = n\pi, \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (31)$$

Это позволяет определить сдвиги фаз β , возникающие в элементарных звеньях фильтра на резонансных частотах и сопоставить их с теоретически рассчитанными по формуле (13), (17), (25) или (33) в зависимости от вида фильтра.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка содержит LC-фильтры нижних частот (ФНЧ), верхних частот (ФВЧ), полосовой (ПФ) и заграждающий (ЗФ).

Схемы фильтров приведены на установке, а номиналы элементов соответствуют следующей таблице:

Таблица 1

ФНЧ	ФВЧ	ПФ	ЗФ
$L=284$ мкГн	$L=158$ мкГн	$L_1=530$ мкГн	$L_1=160$ мкГн
$C=300$ пФ	$C=160$ пФ	$L_2=120$ мкГн	$L_2=250$ мкГн
		$C_1=120$ пФ	$C_1=250$ пФ
		$C_2=530$ пФ	$C_2=160$ пФ

В качестве измерительных приборов в лабораторной работе используются функциональный генератор сигналов GFG-8210 с режимом свивирования частоты и встроенным частотомером, осциллограф GOS-620 и мультиметр В3-38 для поточечного измерения АЧХ.

Порядок выполнения работы

Учитывая, что частота генератора сигналов проградуирована в герцах и килогерцах, во всех теоретических формулах следует перейти от ω к частоте $f = \omega/2\pi$.

1. Пронаблюдать и зарисовать АЧХ согласованных с нагрузками фильтров ($R \cong Z_0$) в режиме свивирования частоты генератора. Для этого тумблеры на всех фильтрах установить в положение "согл.", на генераторе установить синусоидальную форму колебаний и диапазон частот ~ 1 МГц. Обе ручки регулировки частоты (грубо и плавно) установить в крайнее правое положение, соответствующее максимальной частоте выбранного диапазона 1 МГц и включить режим свивирования частоты. Соединить генератор со входом одного из фильтров.

Установить горизонтальную линию развертки вблизи нижнего края экрана осциллографа, длительность развертки – в положение 20 пмс, переключатель источника синхронизации MODE – в положение NORM и проверить, что ручка плавного регулятора частоты развертки находится в крайнем правом положении. Соединить вход СН1 с выходом фильтра и регулируя диапазон свивирования и длительность свивирования на генераторе, а также уровень сигнала синхронизации на осциллографе, добиться устойчивой

и являются функциями частоты сигналов. Поскольку LC-фильтры образуют дуальные реактивные элементы сопротивления $K = \sqrt{\dot{Z}/\dot{Y}}$ не зависит от ω .

Электрические фильтры, составленные из дуальных реактивных элементов \dot{Z} , \dot{Y} и обладающие вещественным сопротивлением $K = \sqrt{\dot{Z}/\dot{Y}}$, не зависящим от ω , называются *фильтрами типа k*.

В полосе пропускания $-1 \geq ZY/4 \geq 0$, характеристические сопротивления k -фильтров \dot{Z}_0^T и \dot{Z}_0^H имеют резистивный характер и изменяются с частотой от K до 0 и от K до ∞ соответственно.

Согласование фильтров с реальными нагрузками представляет сложную задачу, так как невозможно создать такое \dot{Z}_{in} , которое совпадало бы с \dot{Z}_0^T или с \dot{Z}_0^H в полосе пропускания. k -фильтр можно согласовать с сопротивлением нагрузки R_n только в области частот, где $R_n \cong K$.

Согласование LC-фильтра в большей части полосы пропускания оказывается возможным при введении между k -прототипа и полученного Γ -образного звена, производного от k -прототипа и полученного называние m -звена. Его входное сопротивление Z_{01}^m должно совпадать с характеристическим сопротивлением k -звена, а выходное – с сопротивлением нагрузки. Производное m -звено получается из полузвена k -прототипа путем добавления в продольную или поперечную ветвь двухполосника с дуальной проводимостью. В соответствии с этим различают последовательно- и параллельно-производные звенья типа m .

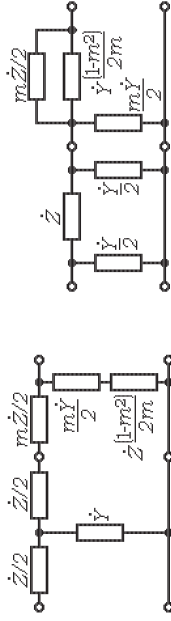


Рис. 2. Последовательно-производное (а) и параллельно-производное (б) Γ -звенья Симметричное Γ -звено k -фильтра легко согласовать с левым Γ -звеном.

Пусть продольные сопротивления Γ -звена и Γ -прототипа отличаются в m раз. Приравняв входное сопротивление Γ -звена и характеристическое сопротивление Γ -звена, имеем:

$$\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} \sqrt{1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4}} = \sqrt{\frac{m\dot{Z}}{\dot{Y}_m}} \sqrt{1 + \frac{m\dot{Z}\dot{Y}_m}{4}}$$

Отсюда для проводимости \dot{Y}_m получаем равенство:

$$\frac{1}{\dot{Y}_m} = \frac{1}{m\dot{Y}} + \frac{\dot{Z}(1-m^2)}{4m},$$

т.е. поперечная ветвь дополнительного Γ -звена состоит из последовательно соединенных взаимно-обратных реактивностей

$$\frac{2}{\dot{Y}_m} = \frac{2}{m\dot{Y}} + \frac{\dot{Z}(1-m^2)}{2m}, \quad (9)$$

которые образуют *последовательный колебательный контур* (последовательно-прямое m -звено).

Симметричное Π -звено k -фильтра удобно согласовать с правым Γ -звеном (рис. 2,б). Пусть поперечные проводимости Γ -звена и Π -протогипа отличаются в m раз. Приравняв входное сопротивление Γ -звена и характеристическое сопротивление Π -звена, получим:

$$\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} / \sqrt{1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4}} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_m}{m\dot{Y}}} / \sqrt{1 + \frac{\dot{Z}_m m \dot{Y}}{4}}.$$

Отсюда следует условие равенства сопротивлений

$$\frac{1}{\dot{Z}_m} = \frac{1}{m\dot{Z}} + \frac{\dot{Y}(1-m^2)}{4m}.$$

Теперь из параллельно соединенных (отсюда название m -звена) взаимно-обратных реактивностей состоит продольная ветвь Γ -звена, представляющая *параллельный колебательный контур*:

$$\frac{2}{\dot{Z}_m} = \frac{2}{m\dot{Z}} + \frac{\dot{Y}(1-m^2)}{2m}. \quad (10)$$

Формулы (9) и (10) имеют одинаковую структуру, и воздействие производных звеньев тоже одинаково. Коэффициент m может принимать значения от 0,1 до 1.

Корректирующее действие последовательно- и параллельно-производных m -звеньев зависит от величины коэффициента m и объясняется введением дополнительных реактивностей и образованием резонансных контуров. При этом ослабляется зависимость выходных сопротивлений фильтров от частоты и увеличивается крутизна функции ослабления вблизи частоты среза.

Фильтр нижних частот

Фильтром нижних частот (ФНЧ) называется четырехполюсник, у которого полюса пропускания ($\alpha \leq \alpha_n$) простирается от $\omega = 0$ (постоянный ток) до некоторой частоты среза $\omega_{ср}$, а колебания с более высокими частотами существенно ослабляются ($\alpha \geq \alpha_\beta$). Идеализированная и реальная АЧХ ФНЧ представлены на рис. 1,а,д. Заданную АЧХ можно обеспечить, если сопротивления Z продольных ветвей и проводимости \dot{Y} поперечных ветвей фильтра выбрать такими, чтобы на низких частотах они обладали по возможности малой величиной.

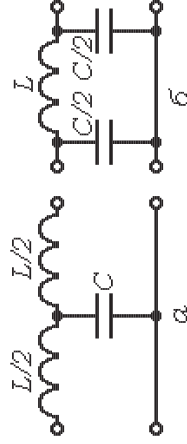


Рис. 3

Перемножение матриц A_i даже при полной идентичности звеньев приводит к сложным вычислениям. Математические выкладки существенно упрощаются, если в уравнениях (1) $\operatorname{ch}\gamma$ и $\operatorname{sh}\gamma$ представить в виде суммы и разности экспонент. Тогда

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 = \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2\dot{Z}_0)e^{-\gamma} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2\dot{Z}_0)e^{\gamma}, \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 = \frac{1}{2}\left(\dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_0}\right)e^{-\gamma} + \frac{1}{2}\left(\dot{I}_2 - \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_0}\right)e^{\gamma}. \end{aligned} \quad (26)$$

Когда каскадное соединение содержит N идентичных звеньев, описываемых характеристической постоянной передачи γ , уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2\dot{Z}_0)e^{-N\gamma} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2\dot{Z}_0)e^{N\gamma}, \\ \dot{I}_1 &= G\frac{1}{2}\left(\dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_0}\right)e^{-N\gamma} + \frac{1}{2}\left(\dot{I}_2 - \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_0}\right)e^{N\gamma} \end{aligned} \quad (27)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11\text{рез}}\dot{U}_2 + A_{12\text{рез}}\dot{I}_2 = \dot{U}_2 \operatorname{ch}N\gamma + \dot{I}_2\dot{Z}_0 \operatorname{sh}N\gamma, \\ \dot{I}_1 &= A_{21\text{рез}}\dot{U}_2 + A_{22\text{рез}}\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_0} \operatorname{sh}N\gamma + \dot{I}_2 \operatorname{ch}N\gamma. \end{aligned} \quad (28)$$

В полюсе прозрачности фильтра $\dot{\gamma} = j\beta$, и уравнения (27) принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \cos N\beta + j\dot{I}_2\dot{Z}_0 \sin N\beta, \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 \cos N\beta + j\frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_0} \sin N\beta. \end{aligned} \quad (29)$$

Эти соотношения аналогичны уравнениям отрезка длиной линии без потерь, нагруженной на произвольное комплексное сопротивление:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{вх} &= \dot{U}_2 \cos \beta l + j\dot{I}_2\dot{Z}_0 \sin \beta l, \\ \dot{I}_{вх} &= \dot{I}_2 \cos \beta l + j\frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_0} \sin \beta l, \end{aligned} \quad (29)$$

где l — длина отрезка линии. Таким образом, число звеньев N многозвенного фильтра соответствует длине l эквивалентной длиной линии. Продолжая эту аналогию, можно говорить о существовании в цепочках фильтров бегущих и стоячих волн, о фазовой и групповой скорости волн, а также о резонансных (собственных) частотах многозвенного фильтра.

Так скорость распространения вдоль цепочки фильтров фиксированной фазы гармонического сигнала по аналогии с длиной линией называется *фазовой скоростью*:

$$v_{фз} = \frac{\omega}{\beta l / N} \quad (30)$$

В полосе задерживания $\alpha(\omega) = \text{Arch} [1 - q' / 2p^2], \quad \beta = \pm\pi. \quad (23)$
 $Z_0^T(\omega) = \sqrt{L_2/C_1} \sqrt{1 - q' / 4p^2}, \quad Z_0^H(\omega) = \sqrt{L_2/C_1} / \sqrt{1 - q' / 4p^2}. \quad (24)$

Вывод частотных характеристик ПФ и ЗФ подробно рассмотрен в работе [2, с.250-253], а рассчитанные по этим формулам частотные зависимости для ПФ функции ослабления и ФЧХ представлены на рис. 13, характеристических сопротивлений - на рис. 14, а для ЗФ на рис. 15 и 16 соответственно.

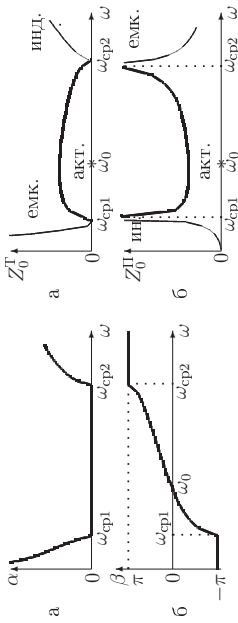


Рис. 13

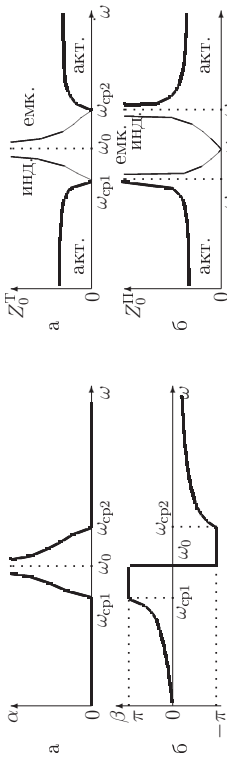


Рис. 14

Рис. 15

Рис. 16

Многозвенные фильтры

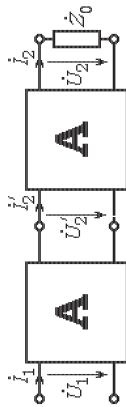


Рис. 17

На практике часто используются каскадные соединения Т- или П-образных элементарных звеньев фильтров (рис. 17), при которых выходы предыдущих звеньев соединен со входами последующих звеньев. Результирующая матрица $A_{рез}$ такого соединения равна произведению матриц A отдельных звеньев:

$$A_{рез} = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot \dots \cdot A_N. \quad (25)$$

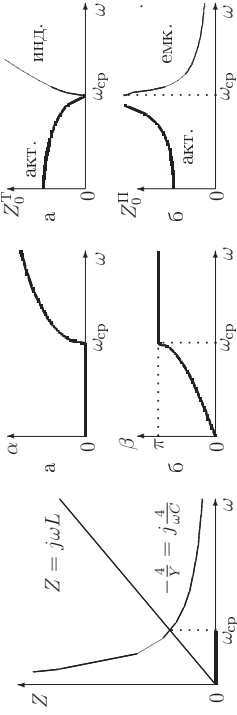


Рис. 4

Рис. 5

Электрические схемы Т- и П-звеньев LC-фильтра нижних частот изображены на рис. 3, графическое определение полосы пропускания и иллюстрируется рис. 4, частотные зависимости функции ослабления и ФЧХ представлены на рис. 5, а характеристических сопротивлений - на рис. 6. Характеристики LC-фильтра нижних частот описываются следующими соотношениями:

$$\omega_{cp} = \frac{2}{\sqrt{LC}}. \quad (11)$$

$$\text{В полосе пропускания} \quad \alpha = 0, \quad \beta = \text{arccos} \left(1 - \frac{2\omega^2}{\omega_{cp}^2} \right), \quad (12)$$

$$\text{В полосе задерживания} \quad \alpha = \text{Arch} \left(\frac{2\omega^2}{\omega_{cp}^2} - 1 \right), \quad \beta = \pi. \quad (13)$$

$$Z_0^T = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{cp}^2}}, \quad Z_0^H = \sqrt{\frac{L}{C}} / \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{cp}^2}}. \quad (14)$$

Эти соотношения предлагаются вывести самостоятельно.

Фильтр верхних частот

Фильтром *верхних частот* (ФВЧ) называется четырехполюсник, у которого полоса пропускания ($\alpha \leq \alpha_n$) простирается от некоторой частоты среза ω_{cp} до сколь угодно больших частот ($\omega \rightarrow \infty$), а колебания более низких частот существенно ослабляются ($\alpha \geq \alpha_n$). Идеализированная и реальная АЧХ ФВЧ представлены на рис. 1б, в. Заданную АЧХ можно получить, если сопротивления Z продольных ветвей и проводимости Y поперечных ветвей фильтра выбрать такими, чтобы на высоких частотах они обладали по возможности малой величиной.

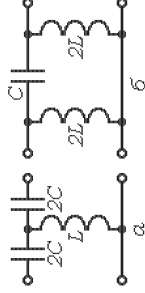


Рис. 7

ω_0 , а в качестве $\dot{Y}(\omega)$ поперечных ветвей – параллельные колебательные контуры, настроенные на ту же резонансную частоту (рис. 11, а).

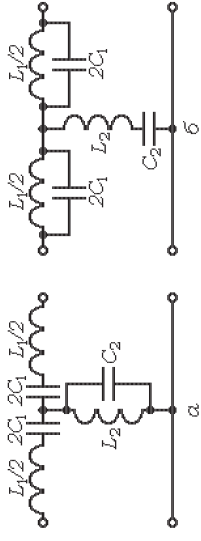


Рис. 11. Электрические схемы Т-звена ПФ (а) и Т-звена ЗФ (б)

Для реализации заграждающего фильтра достаточно взаимно-обратные реактивности поменять местами, т.е. составить продольные ветви из параллельных колебательных контуров ($Z = \frac{L_1/C_1}{j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)}$), а поперечные ветви – из последовательных контуров ($\dot{Y} = \frac{1}{j(\omega L_2 - 1/\omega C_2)}$), настроенных на среднюю частоту полосы задерживания ω_0 (рис. 11, б).

Полосы пропускания ПФ и ЗФ можно определить графически (рис. 12, а, б подчёркнуты), если $-4/\dot{Y}(\omega)$ и $Z(\omega)$ изобразить на одном графике и воспользоваться неравенством (4).

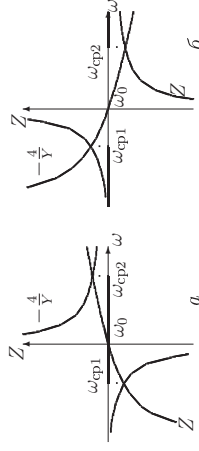


Рис. 12. Графическое определение полос пропускания ПФ (а) и ЗФ (б)

Характеристики LC-фильтра верхних частот описываются следующими соотношениями.

Для ПФ $\omega_{\text{ср}1} = \omega_0(\sqrt{q+1} - \sqrt{q})$, $\omega_{\text{ср}2} = \omega_0(\sqrt{q+1} + \sqrt{q})$, $q = \frac{C_1}{C_2} = \frac{L_2}{L_1}$,

В полосе пропускания $\alpha = 0$, $\beta(\omega) = \arccos [1 - \nu^2/2q]$, $\nu = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ (19)

В полосе задерживания $\alpha(\omega) = \text{Arch} [1 - \nu^2/2q]$, $\beta = \mp\pi$, (20)

$Z_0^T(\omega) = \sqrt{L_1/C_2} \sqrt{1 - \nu^2/4q}$, $Z_0^H(\omega) = \sqrt{L_1/C_2}/\sqrt{1 - \nu^2/4q}$. (21)

Для ЗФ $\omega_{\text{ср}1} = \frac{\omega_0}{4}(\sqrt{q+16} - \sqrt{q})$, $\omega_{\text{ср}2} = \frac{\omega_0}{4}(\sqrt{q+16} + \sqrt{q})$, $q' = \frac{L_1}{L_2} = \frac{C_2}{C_1}$,

В полосе пропускания $\alpha = 0$, $\beta(\omega) = \arccos [1 - q'/2\nu^2]$, $\nu = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ (22)

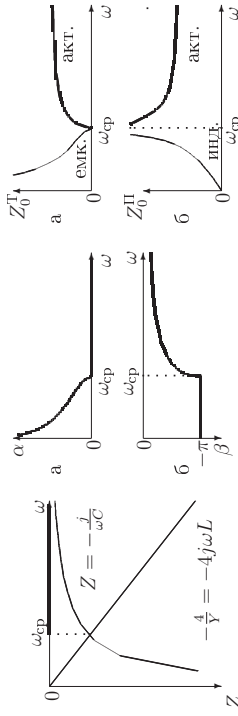


Рис. 8

Рис. 10

Электрические схемы Т- и П-звеньев LC-фильтра верхних частот изображены на рис. 7, графическое определение полос пропускания иллюстрируется рис. 8, частотные зависимости функции ослабления и ФЧХ представлены на рис. 9, а характеристических сопротивлений – на рис. 10. Характеристики LC-фильтра верхних частот описываются следующими соотношениями:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}. \quad (15)$$

В полосе пропускания $\alpha = 0$, $\beta = \arccos \left(1 - \frac{2\omega_{\text{ср}}^2}{\omega^2} \right)$, (16)

В полосе задерживания $\alpha = \text{Arch} \left(\frac{2\omega_{\text{ср}}^2}{\omega^2} - 1 \right)$, $\beta = -\pi$. (17)

$$Z_0^T = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{ср}}^2}{\omega^2}}, \quad Z_0^H = \sqrt{\frac{L}{C}} / \sqrt{1 - \frac{\omega_{\text{ср}}^2}{\omega^2}}. \quad (18)$$

Эти соотношения предлагаются вывести самостоятельно.

Полосовой и заграждающий фильтры

Полосовым фильтром (ПФ) называется четырехполосник, у которого полоса пропускания ($\alpha \leq \alpha_n$) занимает конечную область частот от $\omega_{\text{ср}1}$ до $\omega_{\text{ср}2}$, а колебания всех других частот существенно ослабляются ($\alpha \geq \alpha_3$). Идеализированная и реальная АЧХ ПФ представлены на рис. 16, а, б.

Заграждающим (резективным) фильтром (ЗФ) или РФ называется четырехполосник, у которого ослабление сигналов в диапазоне частот от 0 до $\omega_{\text{ср}1}$ и от $\omega_{\text{ср}2}$ до ∞ мало ($\alpha \leq \alpha_n$), а колебания с частотами от $\omega_{\text{ср}1}$ до $\omega_{\text{ср}2}$ существенно ослабляются ($\alpha \geq \alpha_3$). Идеализированная и реальная АЧХ ЗФ представлены на рис. 17, а, б.

Чтобы обеспечить хорошее пропускание сигналов в диапазоне частот от $\omega_{\text{ср}1}$ до $\omega_{\text{ср}2}$, в этой частотной области модули сопротивлений $Z(\omega)$ и проводимостей $\dot{Y}(\omega)$ должны обладать малой величиной. Таким условиям удовлетворяют в качестве $Z(\omega)$ продольных ветвей последовательные колебательные LC-контуры, настроенные на среднюю частоту диапазона