Федеральное агентство по образованию
САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Кафедра радиофизики и
нелинейной динамики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине **Математическое моделирование в радиофизике**
(наименование дисциплины)

для специальности **013800 – радиофизика и электроника**,
(код и наименование специальности, направления)

реализуемой на **физическом** факультете

Саратов, 2006 год

Рабочая программа составлена в соответствии
с Государственным стандартом
высшего профессионального образования
по специальности 013800 – РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
(номер государственной регистрации 170 ен/сп от 17.03.2000 г.)

ОДОБРЕНО:
Председатель учебно-методической комиссии физического факультета,
профессор
___________________ В.Л.Дербов

___________________ 2006 г.

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе,
профессор
_______________Е.М. Первушов

___________________ 2006 г.

СОГЛАСОВАНО:
Декан физического факультета,
профессор ________________ Д.А. Зимняков

Заведующий кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики физического факультета,
профессор________________ В.С. Анищенко

Вил учебной работы	Бюджет времени по формам обучения, час				
	очная		очно-заочная	Заочная	
	полная программа	ускорен-ные сро-ки		полная програм-ма	ускорен-ные сроки
Аудиторные занятия, всего	72	--	--	--	--
в том числе: - лекции - лабораторные (практические) – семинарские	36 -- 36				
Самостоятельная работа студентов	32				
Зачеты, +/-	--				
Экзамены, +/-	+				
Контрольные работы,	2				
Курсовая работа, + /-	--				

Автор:
профессор кафедры радиофизики
и нелинейной динамики Т.Е. Вадивасова

Раздел
I.Организационно – методическое содержание

Курс ``Математическое моделирование в радиофизике" читается студентам дневного отделения физического факультета кафедры радиофизики и нелинейной динамики, обучающимся по специальности 0138000 – радиофизика и электроника (специализация 013805 – физика колебаний) в 9 семестре объемом 36 лекционных часа и 36 часов семинарских занятий. Данный курс обобщает представления о математических моделях процессов и явлений, введенных в предшествующих общих курсах и специальных курсах, направлен на формирование общих представлений
о математическом аппарате и методах моделирования, а также на усвоение специальных навыков создания и анализа математических моделей. Разделы и темы курса подкреплены решением задач на семинарских занятиях.

Раздел 2. Тематический план учебной дисциплины

№ п	Наименование раздела, подраздела, темы лекции	Бюджет учебного времени					Форма текущего и итогового
		Всего	в том числе				
			лекции	лабораторные и практические	Семинарские занятия	самостоятельная работа	
1	2	3	4	5	6	7	8
Очная полная программа							
	Введение	**1**	**1**				
1.	**Общие представления о математическом моделировании.**	**21**	**5**	**--**	**6**	**10**	
	1.1.		1		2		
	1.2.		2		2		
	1.3.		2		2		
2.	**Математический аппарат моделирования**	**44**	**16**	**--**	**18**	**10**	Контрольная работа
	2.1.		2		2		
	2.2.		2		2		
	2.3.		2		2		
	2.4.		2		2		
	2.5.		2		2		
	2.6.		2		3		
	2.7.		2		3		
	2.8.		2		2		
3.	**Математические методы нелинейной динамики.**	**38**	**14**		**12**	**12**	
	3.1.		2		2		
	3.2.		2		2		
	3.3.		3		2		
	3.4.		3		2		Контрольная работа
	3.5.		2		2		
	3.6.		2		2		
	Итого:	**104**	**36**	**--**	**36**	**32**	экзамен

Раздел 3. Содержание учебной дисциплины

Введение: Формулируются цели и задачи курса.

Тема 1. Общие представления о математическом моделировании. Принципы

построения моделей.

1.1. Понятие математической модели. Принципы построения математической модели. Основные этапы моделирования. Идеализация объекта при моделировании. Примеры идеализированного описания. Грубость модели. Классификация математических моделей.

1.2. Аналоговое моделирование. Элементы теории подобия. Критерии подобия. Примеры изоморфных моделей.

1.3. Представление об имитационном моделировании. Пример: клеточные автоматы.

Примечание: Разделы данной темы сопровождается решением задач на семинарских занятиях.

Тема 2 Математический аппарат моделирования.

2.1. Классификация пространств состояний модели. Метрические и топологические пространства. Основные определения. Метрика и ее свойства. Примеры задания метрики в арифметическом и функциональном пространствах. Множества в метрическом пространстве. Основные определения и свойства. Линейное (векторное) пространство. Базис и размерность. Нормированное линейное пространство. Свойства нормы. Банахово пространство. Гильбертово пространство. Эвклидово пространство. Ортогональные векторы в Гильбертовом пространстве. Ортонормированный базис. Сепарабильные гильбертовы пространства.

2.2. Отображения (операторы). Основные определения и свойства. Классификация отображений. Неподвижная точка отображения. Операторные уравнения. Отображения в метрическом пространстве. Ограниченность и непрерывность. Гомеоморфизм. Сжимающие отображения. Теорема о сжатии и примеры ее использования.

2.3. Линейные операторы (отображения). Основные определения и свойства. Примеры линейных операторов. Сопряженные линейные операторы. Пример: сопряженный оператор в конечномерном пространстве. Линейные операторы в гильбертовом пространстве. Пример: оператор ортогонального проектирования. Сопряженные операторы в гильбертовом пространстве. самосопряженные (эрмитовы) операторы. Нормальные и унитарные операторы.

2.4. Спектр линейного оператора. Резольвентный оператор и резольвентное множество. Теорема о спектральном радиусе. Дискретный (точечный), непрерывный и остаточный спектр. Примеры спектров линейных операторов. Основные свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.

2.5. Линейные операторные уравнения. Общие определения и свойства. Линейные операторы и уравнения в конечномерном арифметическом пространстве. Матрица линейного оператора. Жорданова форма матрицы.

2.6. Линейные интегральные операторы и их свойства. Линейные интегральные уравнения. Однородное уравнение Фредгольма второго рода. Собственные функции и с собственные значения. Уравнение Фредгольма первого рода. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода. Методы решения. Интегральные уравнения Вольтерры.

2.7. Линейные дифференциальные операторы и линейные дифференциальные уравнения. Обыкновенные дифференциальные операторы и дифференциальные операторы в частных производных. Операторы Штурма--Лиувилля. Краевые условия и линейные краевые задачи. Задачи на собственные функции и собственные значения. Примеры. Решение краевых задач посредством разложения в ряды по собственным функциям. Функции Грина. Связь краевых задач на собственные значения с интегральными уравнениями.

2.8. Нелинейные операторы и нелинейные операторные уравнения. Дифференцируемость оператора. Производные Фреше и Гато. Линеаризация оператора в неподвижной точке.

Примечание: Большинство разделов данной темы сопровождается решением задач на семинарских занятиях.

Тема 3. Математические методы нелинейной динамики.

3.1. Базовые понятия теории динамических систем. Определение динамической системы (ДС) Классификация ДС. Примеры. Неблуждающее множество ДС. Устойчивость по Пуассону. Предельные множества и особые траектории ДС. Инвариантные многообразия седловых состояний равновесия и периодических орбит. Аттракторы ДС.

3.2. Структурная устойчивость и системы Морса--Смейла. Понятие топологической эквивалентности ДС. Грубость и структурная устойчивость ДС. Грубость ДС на плоскости. Теорема Андронова--Понтрягина. Грубость ДС с размерностью фазового пространства при N>2. Определение систем Морса--Смейла. Примеры.

3.3. Элементы гиперболической теории. Гиперболические состояния равновесия и периодические орбиты. Гиперболические множества и их свойства. У--системы Аносова и их свойства. Примеры. Системы Смейла с нетривиальной иперболичностью:

аксиома А и условия строгой трансверсальности. Базисные множества систем Смейла.

Подкова Смейла. Гиперболические хаотические аттракторы и их свойства. Примеры гиперболических аттракторов: соленойд Смейла--Вильямса и аттрактор Плыкина.

3.4. Структурно неустойчивые системы. Квазигиперболические хаотические аттракторы: аттрактор Лоренца, аттрактор Лози. Теоремы Ньюхауса. Области Ньюхауса. Теорема Шильникова о петле сеператрисы седло--фокуса. Негиперболические хаотические аттракторы (квазиаттракторы). Примеры квазиаттракторов: аттрактор Ресслера, аттрактор Хенона. Свойства квазиаттракторов.

3.5. Размерность предельных множеств ДС. Понятие фрактального множества. классические примеры фракталов. Фрактальные размерности: хаусдорфова размерность, емкость множества, корреляционная, обобщенная, информационная и ляпуновская размерности. Соотношения между ними.

3.6. Хаотическая динамика консервативных систем. Особенности поведения траекторий в фазовом пространстве консервативной системы. Интегрируемые системы и их свойства. Разрушение квазипериодических двишений при возмущении интегрируемой

системы. КАМ – теорема и теорем Пуанкаре – Биркгофа. Образование гомоклинических траекторий и переход к хаосу. Стохасический слой и диффузия Арнольда. Пример: разрушение квазипериодических орбит в отобраении Чирикова. Критерий глобального хаоса.

Примечание: Отдельные разделы данной темы сопровождается решением задач на семинарских занятиях.

<u>Виды самостоятельной работы: </u> проработка лекционного курса, чтение дополнительной литературы, подготовка к семинарским занятиям.

В конце семестра проводится контрольная работа для проверки знаний студентов.

Раздел 4. Перечень основной и дополнительной литературы

Основная литература

1. А.Д.Мышкис, Элементы теории математических моделей. М.: Наука, 1994.

2. Л. Френкс, Теория сигналов. М.: Сов. Радио, 1974.

3. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин, Элементы теории функций и функционального анализа.

М.: Наука, 1976.
4. В.А. Садовничий, Теория операторов. М.: Дрофа, 2001.
5. Дж.Гукенхеймер, П.Холмс, Нелинейные колебаний, динамические системы и бифуркации вектрорных полей. Москва--Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
6. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский- Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

Дополнительная литература

7. Ю.И.Неймарк, Математические модели естествознания и техники. Н.Новгород, вып.1, 1994; вып.2, 1996; вып.3, 1997.
8. А.А. Самарский, А.П.Михайлов, Математическое моделирование: идеи, методы, примеры. М.: Физматгиз, 2001.
9. Г.Е.Шилов, Конечномерные линейные пространства. М.: Наука, 1969.
10. А.А.Андронов, А.А.Витт, С.Э.Хайкин, Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
11. В.И.Арнольд, Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.
12. В.И.Арнольд, В.С.Афраимович, Ю.С.Ильяшенко, Л.П.Шильников, Теория бифуркаций. Современные проблемы математики: фундаментальные направления/ Под ред. В.И.Арнольда. М.: ВИНИТИ, 1986, Т.5, С.5--218.
13. Г. Шустер, Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988.
14. J.D.Farmer, E.Ott, J.A. Yorke, The dimension of chaotic attractoes. Physica D, 1983, Vol.7, P.153.
15. L.P. Shilnikov, Mathematical problems of nonlinear dynamics: a tutorial. Int.J. of Bifurcation and Chaos, 1997, Vol.7, N9, P.1953--2001.

Раздел 5. Перечень средств обучения

Оптический проектор
Электронный проектор
Компьютеры
Имеется презентация часто материала курса на электронных носителях.

Раздел 6. Вопросы к курсу

1. Что собой представляет математическая модель реальной системы или явления? Цели и задачи моделирования. Основные принципы и этапы построения математической модели.
2. Идеализация объекта при моделировании. Примеры идеализации. Классификация математических моделей.
3. Что представляет собой аналоговая модель системы? Элементы теории подобия. Критерии подобия. Цели аналогового моделирования.
4. Что такое имитационная модель? Примеры имитационных моделей.
5. Классификация пространств состояний модели. Метрические и топологические пространства. Метрика и ее свойства.
6. Множества в метрическом пространстве. Основные определения и свойства.
7. Линейное (векторное) пространство и его свойства. Базис и размерность. Нормированное линейное пространство. Свойства нормы. Банахово пространство.
8. Гильбертово пространство и его свойства. Ортогональные векторы в Гильбертовом пространстве. Ортонормированный базис.
9. Отображения (операторы). Классификация отображений. Неподвижная точка

отображения. Операторные уравнения.
10. Свойства отображений в метрическом пространстве. Ограниченность и непрерывность.
Гомеоморфизм.
11. Сжимающие отображения. Теорема о сжатии и примеры ее использования.
12. Линейные операторы (отображения) и их свойства. Сопряженные линейные операторы. 13. Сопряженный оператор в конечномерном пространстве.
14. Линейные операторы в гильбертовом пространстве и их свойства. Сопряженные операторы в гильбертовом пространстве. самосопряженные (эрмитовы) операторы. Нормальные и унитарные операторы.
15. Спектр линейного оператора. Резольвентный оператор и резольвентное множество. Теорема о спектральном радиусе. Дискретный (точечный), непрерывный и остаточный
спектр.
16. Основные свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
17. Линейные операторные уравнения. Общие определения и свойства. Линейные операторы и уравнения в конечномерном арифметическом пространстве. Матрица линейного оператора. Жорданова форма матрицы.
18. Линейные интегральные операторы и их свойства. Линейные интегральные уравнения.
19. Однородное уравнение Фредгольма второго рода. Собственные функции и с собственные значения.
20. Уравнение Фредгольма первого рода. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода.
21. Интегральные уравнения Вольтерры.
22. Линейные дифференциальные операторы и линейные дифференциальные уравнения. Обыкновенные дифференциальные операторы и дифференциальные операторы в частных производных. Операторы Штурма--Лиувилля.
23. Краевые условия и линейные краевые задачи.
24. Краевые задачи на собственные функции и собственные значения.
25. Нелинейные операторы и нелинейные операторные уравнения. Дифференцируемость оператора. Производные Фреше и Гато. Линеаризация оператора в неподвижной точке.
26. Что такое динамическая система (ДС)? Оператор эволюции и его свойства. Классификация ДС. Потоки и каскады (отображения последования). Фазовое пространство и фазовы траектории ДС.
27. Неблуждающее множество ДС. Устойчивость траекторий по Пуассону.
28. Предельные множества и особые траектории ДС. Инвариантные многообразия седловых состояний равновесия и периодических орбит. Аттракторы ДС.
29. Свойства грубости и структурной устойчивости ДС. Понятие топологической эквивалентности ДС. Грубость ДС на плоскости. Теорема Андронова--Понтрягина. Грубость ДС с размерностью фазового пространства при $N>2$.
30. Определение систем Морса--Смейла. Примеры систем Морса – Смейла..
31. Гиперболические множества и их свойства.
32. У--системы Аносова и их свойства. Примеры У-- потоков и У—каскадов.
33. Системы Смейла с нетривиальной иперболичностью: аксиома А и условия строгой трансверсальности. Базисные множества систем Смейла.
34. Отображение подковы (подкова Смейла) и его свойства. Хаотическое множество траекторий.
35. Гиперболические хаотические аттракторы и их свойства. Примеры гиперболических аттракторов: соленойд Смейла--Вильямса и аттрактор Плыкина.
36. Теоремы Ньюхауса. Области Ньюхауса.
37. Теорема Шильникова о петле сепаратрисы седло--фокуса.
38. Квазигиперболические хаотические аттракторы: аттрактор Лоренца, аттрактор Лози.

39. Негиперболические хаотические аттракторы (квазиаттракторы). Примеры квазиаттракторов: аттрактор Ресслера, аттрактор Хенона. Свойства квазиаттракторов.
40. Размерность предельных множеств ДС. Понятие фрактального множества. Классические примеры фракталов. Фрактальные размерности: хаусдорфова размерность, емкость множества, корреляционная, обобщенная, информационная и ляпуновская размерности. Соотношения между ними.
41. Хаотическая динамика консервативных систем. Разрушение квазипериодических двишений при возмущении интегрируемой системы. КАМ – теорема и теорем Пуанкаре – Биркгофа. Образование гомоклинических траекторий и переход к хаосу.
42. Разрушение квазипериодических орбит в отобраении Чирикова. Критерий глобального хаоса.