

Федеральное агентство по образованию
САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Кафедра радиофизики и нелинейной динамики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине **Детерминированный хаос**
для специальности **014200 – биохимическая физика,**
реализуемой на **физическом** факультете

Саратов, 2006 год

Рабочая программа составлена в соответствии
с Государственным стандартом
высшего профессионального образования
по специальности 014200 – БИОХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА
(номер государственной регистрации 272 ен/сп от 27.03.2000 г.)

<p style="text-align: center;">ОДОБРЕНО:</p> <p>Председатель учебно-методической комиссии физического факультета, профессор _____ В.Л.Дербов _____ 2006 г.</p>	<p style="text-align: center;">УТВЕРЖДАЮ:</p> <p>Проректор по учебной работе, профессор _____ Е.М. Первушов _____ 2006 г.</p>
---	--

СОГЛАСОВАНО:

Декан физического факультета,
профессор _____

Д.А. Зимняков

Заведующий кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики физического факультета,
профессор _____

В.С. Анищенко

Вил учебной ра-	Бюджет времени по формам обучения, час				
	очная		очно-за- очная	заочная	
	полная програм- ма	ускорен- ные сроки		полная программа	ускорен- ные сроки
Аудиторные занятия,	36	--	--	--	--
в том числе: - лекции - лабораторные (практи- ческие) – семинарские	36 - -				
Самостоятельная работа студентов	6				
Зачеты, +/-	+				
Экзамены, +/-	-				
Контрольные работы, ко- личество	1				
Курсовая работа, + /-	--				

Авторы:

заведующий кафедрой радиофизики
и нелинейной динамики, профессор
профессор кафедры радиофизики
и нелинейной динамики
профессор кафедры радиофизики
и нелинейной динамики

В.С. Анищенко

В.В. Астахов

Т.Е. Вадивасова

Раздел I.

Организационно – методическое содержание

Курс ``Детерминированный хаос" читается студентам дневного отделения физического факультета, обучающимся по специальности 014200 - биохимическая физика в течение 9-го учебного семестра. Он включает 36 часов лекционных и 14 часов самостоятельных. Целью курса является знакомство с основными идеями, понятиями и базовыми моделями теории динамического хаоса, обучение методам анализа хаотических систем различной природы, описание свойств различных притягивающих хаотических множеств и типичных сценариев перехода к хаосу, введение в современные проблемы нелинейной динамики. В результате изучения данного курса студенты должны иметь представление о природе возникновения динамического хаоса в нелинейных системах и сценариях перехода к хаосу. Знать основные базовые модели, освоить теоретические и компьютерные методы исследования систем с хаотической динамикой. Уметь проводить бифуркационный анализ конкретных радиофизических систем и рассчитывать количественные характеристики регулярных и хаотических колебаний.

Раздел 2. Тематический план учебной дисциплины

1	2	Бюджет учебного времени					8
		3	в том числе			7	
			лекции	лабораторные и практические	Семинарские занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8
Очная полная программа							
I	Введение в теорию динамического хаоса	42	36	--	--	6	экзамен
	Введение	1	1				
1.	Краткая классификация динамических систем	3	3				
	1.1.		1				
	1.2.		1				
	1.3.		1				
2.	Хаос и неустойчивость	5	4			1	

	2.1.		2				
	2.2.		0.5				
	2.3.		0.5				
	2.4.		1				
3.	Геометрическая природа странных аттракторов	5	4			1	
	3.1.		0.5				
	3.2.		3				
	3.3.		0.5				
4.	Статистические подходы к описанию динамического хаоса	3	2			1	
	4.1.		1.5				
	4.2.		0.5				
5.	Сценарии перехода к хаосу	11	10			1	
	5.1.		1				
	5.2.		3				
	5.3.		2				
	5.4.		3				
	5.5.		1				
6.	Хаос в консервативных системах	2.5	2			0.5	
	6.1.						
7.	Взаимодействие хаотических систем	4.5	4			0.5	
	7.1.		2				
	7.2.		1				
	7.3.		1				
8.	Пространственно - временной хаос	7	6			1	
	8.1.		2				
	8.2.		1				
	8.3.		2				
	8.4.		1				
Итого:		42	36			6	контрольная экзамен

Раздел 3. Содержание учебной дисциплины

Введение. Понятие динамического хаоса. Динамический хаос и случайный процесс. Природа непредсказуемости в детерминированных системах. Роль флуктуаций. Возникновение и развитие теории динамического хаоса.

Тема 1. Краткая классификация динамических систем

- 1.1 Метод фазового пространства. Два подхода к определению динамической системы: дифференциальные уравнения и отображения. От дифференциальных уравнений к отображениям: построение сечения Пуанкаре. Автономные и неавтономные системы. Особенности неавтономных систем.
- 1.2 Консервативные и диссипативные системы. Общая характеристика консервативных и диссипативных систем. Предельные множества и аттракторы диссипативных систем. Классификация регулярных аттракторов потоков и отображений: неподвижные точки, циклы, торы.
- 1.3 Примеры систем с хаотической динамикой и их физическая реализация (механика, электроника, лазерная физика, биология). Логистическое отображение, отображение Хенона, шарик на колеблющейся поверхности стола, нелинейный осциллятор с внешним воздействием, модель Лоренца, модель Ресслера, генератор с инерционной нелинейностью, цепь Чуа. Качественное обсуждение динамики этих систем.

Тема 2. Хаос и неустойчивость. Роль устойчивых и неустойчивых многообразий гиперболических траекторий.

- 2.1. Эволюция элемента фазового объема на хаотическом аттракторе. Ляпуновские показатели фазовой траектории на хаотическом аттракторе (в случае систем с непрерывным и дискретным временем). Спектр ляпуновских характеристических показателей (спектр ЛХП). Классификация аттракторов по сигнатуре спектра ЛХП.
- 2.2. Свойство гиперболичности фазовой траектории. Гиперболические, почти гиперболические и негиперболические хаотические аттракторы и их особенности. Понятие квазиаттрактора. Примеры хаотических аттракторов различных типов.
- 2.3. Гладкое отображение подковы (подкова Смейла), как модель свойств хаотического аттрактора.
- 2.4. Гомоклинические и подобные им траектории и их роль в возникновении хаоса. Теорема Шильникова. Критерий Мельникова. Критерий Чирикова.

Тема 3. Геометрическая природа странных аттракторов

- 3.1. Фракталы. Простейшие примеры фракталов: Канторово множество, ковер и салфетка Серпинского, кривая Кох. Двухмасштабное канторово множество и элементарное представление о мультифракталах. Скейлинг и фрактальная структура – типичное свойство большинства хаотических аттракторов (примеры).
- 3.2. Размерности фрактальных множеств. Метрические размерности и размерности натуральной меры. Определения различных типов размерностей и методы их расчета: размерность Хаусдорфа, емкостная размерность, информационная размерность, корреляционная размерность, ляпуновская размерность. Примеры размерностей простейших фракталов. Взаимосвязь между различными типами размерности.
- 3.3. Свойство «хаотичности» и свойство «странности» аттрактора, их нетождественность и взаимосвязь. Понятие нерегулярного аттрактора. Типы нерегулярных аттракторов: странный хаотический аттрактор (СХА), странный нехаотический аттрактор (СНА), «нестранный» хаотический аттрактор (НХА). Свойства СНА и НХА. Примеры СНА и НХА в простейших модельных системах.

Тема 4. Статистические подходы к описанию динамического хаоса.

- 4.1. Уравнение Фробениуса-Перрона и инвариантная мера на аттракторе для случая одномерных отображений. Пример: расчет статистических характеристик случайной последовательности, порождаемой отображением треугольника.
- 4.2. Проблема существования инвариантной меры на хаотическом аттракторе. Особенности гиперболических и негиперболических аттракторов. Статистические характеристики динамического хаоса в присутствии флуктуаций.

Тема 5. Сценарии перехода к хаосу

- 5.1. Общая дискуссия о сценариях перехода к хаосу. Задача о потери устойчивости предельного цикла: три типичных варианта. Качественное обсуждение удвоений периода, перемежаемости и перехода через квазипериодичность. Исторические замечания: от теории Ландау к Рюэлю - Такенсу, Фейгенбауму и др. Экспериментальное наблюдение различных сценариев.
- 5.2. Переход к хаосу через удвоения периода циклов (сценарий Фейгенбаума). Логистическое отображение как основная модель. Циклы и бифуркации. Бифуркационная диаграмма (дерево Фейгенбаума). Ренормгрупповой анализ. Свойства скейлинга в пространстве состояний и в пространстве параметров. Фурье-спектр на пороге хаоса. Аттрактор Фейгенбаума и его фрактальные свойства. Динамика в закритической области. Окна устойчивости периодических режимов.
- 5.3. Переход к хаосу через перемежаемость (сценарий Помо – Манневиля). Перемежаемость типа I: ламинарные и турбулентные стадии, скейлинговые соотношения для продолжительности ламинарных стадий, уравнения ренормгруппы и его точное решение. Краткое обсуждение перемежаемости типа II и III.
- 5.4. Переход к хаосу через квазипериодические колебания. Сценарий Рюэля - Такенса и его модификации. Переход к хаосу через разрушение двумерного тора, необходимость двухпараметрического анализа. Теорема о разрушении двумерного тора с резонансной структурой на нем. Бифуркации, приводящие к хаосу. Отображение окружности. Плоскость параметров. Число вращения. Языки Арнольда. Структура языков вблизи критической ситуации потери обратимости отображения и ее связь со структурой разложения числа вращения в цепную дробь. Ренормгрупповой анализ для случая золотого сечения.
- 5.5. Особенности разрушения эргодического тора в системах с квазипериодическим возбуждением. Переход к хаосу через режим СНА.

Тема 6. Хаос в консервативных системах.

- 6.1. Особенности хаотической динамики консервативных систем. Возмущение интегрируемой системы. КАМ – теорема. Механизмы возникновения и развития консервативного хаоса. Теорема Пуанкаре – Биркгофа. Критерий глобального хаоса. Пример: отображение Чирикова.

Тема 7. Взаимодействие хаотических систем.

- 7.1. Периодическое воздействие на хаотические автоколебания. Частотно-фазовая синхронизация хаоса. Однонаправлено связанные хаотические системы. Полная и обобщенная синхронизация хаоса.
- 7.2. Взаимодействие систем с фейгенбаумовским сценарием развития хаоса. Особенности взаимной синхронизации хаоса. Частотно - фазовая синхронизация хаоса, полная синхронизация, lag-синхронизация.
- 7.3. Фазовая мультистабильность периодических и хаотических режимов. Особенности разрушения режима полной синхронизации. Явления риддлинга и баблинга. Кризисы хаотических аттракторов и переход к гиперхаосу.

Тема 8. Пространственно – временной хаос в распределенных средах и их дискретных моделях.

- 8.1. Цепочка связанных отображений с локальной однонаправленной связью как модель развития турбулентности вниз по потоку. Случай симметричной связи. Диссипативная и инерционная связь. Скейлинговые свойства пространства параметров.
- 8.2. Решетки связанных отображений. Доменные структуры. Фазы Канеко. Скейлинговые свойства пространственно – временных структур у порога хаоса.
- 8.3. Цепочки локально – связанных хаотических автогенераторов. Эффекты частотно – фазовой синхронизации.
- 8.4. Уравнения в частных производных. Уравнение Гинзбурга – Ландау как универсальная модель пространственно – временной динамики у порога возникновения неустойчивости. Теорема о центральном многообразии и конечномерные модели.

Виды самостоятельной работы: проработка лекционного курса, чтение дополнительной литературы.

Раздел 4. Перечень основной и дополнительной литературы

Основная литература

1. Заславский Г.М. Стохастическая необратимость в нелинейных системах. – М.: Наука, 1970.
2. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебания. – М.: Наука, 1972.
3. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981.
4. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1976.
5. Странные аттракторы. Сборник статей под ред. Я.Г. Синая и Л.П. Шильникова. – М.: Мир, 1981.
6. Марсден Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. – М.: Мир, 1980.
7. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. – М.: Наука, 1984.
8. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. – М.: Наука, 1990.
9. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский- Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

Дополнительная литература

10. Хакен Г. Синергетика. – М.: Мир, 1980.
11. Арнольд В.И., Афраймович В.С., Ильяшенко Ю.С., Шильников Л.П. Теория бифуркаций. М., том 5, 1986.
12. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. – М.: Мир, 1984.
13. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. – М.: Мир. 1980.
14. Рюэль Д. Случайность и хаос. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
15. Йосс Ж., Джозеф Д. Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. – М.: Мир, 1983.
16. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. – Москва – Ижевск, 2002.
17. Ланда П.С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. – М.: Наука, 1980.
18. Балеску Р. Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т.2. – М.: Мир, 1978.

19. Биллингслей П. Эргодическая теория и информация. – М.: Мир, 1969.
20. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Шиманский-Гайер Л. Динамическое и статистическое описание колебательных систем. – Москва – Ижевск, 2005.

Раздел 5. Перечень средств обучения

Оптический проектор

Электронный проектор

Компьютеры

Имеется презентация части материала курса на электронных носителях.

Раздел 6. Вопросы к курсу

1. Провести классификацию динамических систем. Охарактеризовать метод точечных отображений Пуанкаре.
2. Какие предельные множества и аттракторы могут существовать в диссипативных динамических системах?
3. Приведите примеры систем с хаотической динамикой.
4. Как определяются Ляпуновские показатели фазовой траектории на хаотическом аттракторе?
5. Как проводится классификация аттракторов по сигнатуре спектра ЛХП?
6. Какие особенности у гиперболических, почти гиперболических и негиперболических хаотических аттракторов?
7. Сформулируйте критерий Мельникова и критерий Чирикова.
8. Приведите простейшие примеры фракталов.
9. Что называется размерностью Хаусдорфа, емкостной размерностью, информационной размерностью, корреляционной размерностью и ляпуновской размерностью?
10. Проведите расчет статистических характеристик случайной последовательности, порождаемой отображением треугольника.
11. Какие типичные сценарии перехода к хаосу наблюдаются в системах различной природы?
12. Постройте бифуркационную диаграмму для логистического отображения. Какие свойства скейлинга проявляются в пространстве состояний и в пространстве параметров системы?
13. Опишите закономерности развития Фурье – спектра у порога хаоса, и динамику систему в закритической области.
14. Как происходит переход к хаосу через перемежаемость? Чем различаются три типа перемежаемости?
15. Как происходит переход к хаосу через разрушение двумерного тора? Какие бифуркации приводят к хаосу?
16. Что называется отображением окружности? Что называется числом вращения? Какова структура разбиения плоскости параметров на области синхронизации («языки Арнольда»)?
17. Какие особенности разрушения эргодического тора возникают в системах с квазипериодическим возбуждением?
18. В чем заключаются особенности хаотической динамики консервативных систем?
19. Что называется частотно – фазовой синхронизацией хаоса?
20. Что понимают под полной и обобщенной синхронизацией хаоса?
21. Что называется фазовой мультистабильностью?
22. Какие сценарии потери полной синхронизации хаоса могут наблюдаться во взаимодействующих системах?
23. Что называется гиперхаосом? Какая связь между кризисами хаотических аттракторов и переходом к гиперхаосу?

24. Опишите поведение простейших моделей пространственно – распределенных систем в виде цепочки логистических отображений с однонаправленной связью и с симметричной связью в случаях диссипативной и инерционной связи.
25. Что называется доменными структурами и фазами Канеко в решетках связанных отображений?